DER BAUINGENIEUR

ZEITSCHRIFT FÜR DAS GESAMTE BAUWESEN

HERAUSGEBER: PROFESSOR DR.-ING. F. SCHLEICHER/BERLIN
MITHERAUSGEBER: PROFESSOR DR.-ING. A. MEHMEL/DARMSTADT

SPRINGER-VERLAG BERLIN/GÖTTINGEN/HEIDELBERG

24. JAHRGANG 1949 HEFT 4

INHALT:

Die Gründung von Maschinen. Von Dr.-Ing. H. Sauer, Kronberg i. T. 97

Hängebrücken für schwerste Verkehrslasten. Von Dr.-Ing. e. h., Dr.-Ing. e. h., Dr.-Ing. Fr. Dischinger, o. Professor an der Technischen Universität Berlin 107

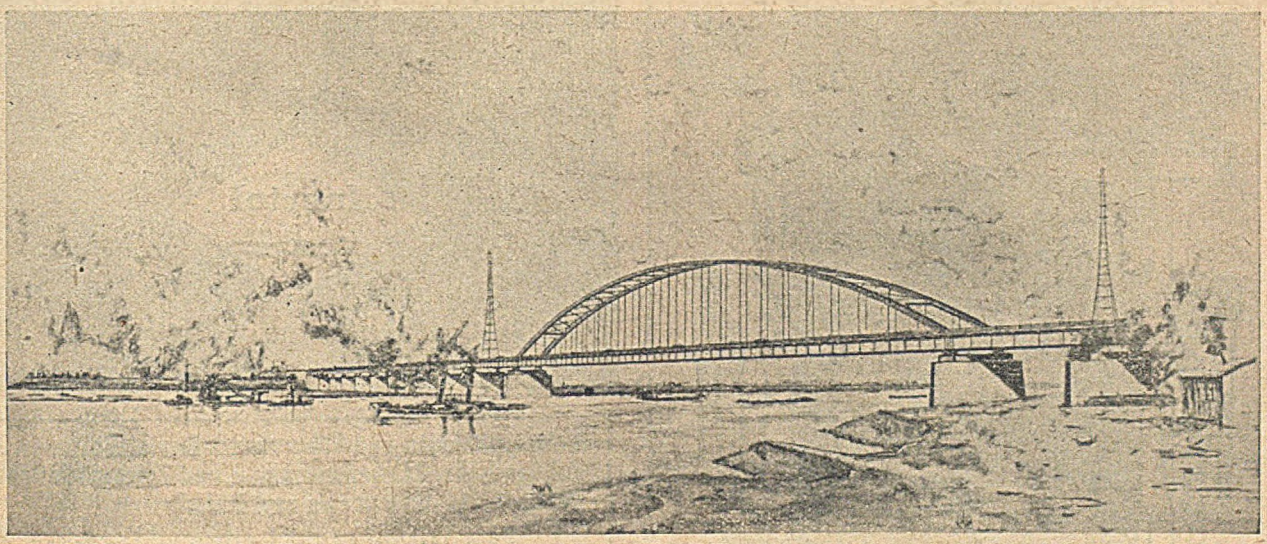
Die röntgenographischen Verfahren zur Spannungsmessung und ihre derzeitigen Anwendungsmöglichkeiten in der Praxis. Von Dr. Otto Vaupel, Berlin. 114

Spannungsmessungen mit Röntgenstrahlen. Von Prof. Dr.-Ing. Ferd. Schleicher, Berlin. 119

Schubspannungen und lotrechte Pressungen im Balken mit veränderlicher Höhe. Von Dr.-Ing. Peter Bonatz, Frankfurt/Main. 125

Unser Fertigungsprogramm:

Stahl-Brückenbau · Stahl-Hochbau · Stahl-Wohnungsbau · Stahl-Wasserbau
Baggerbau · Sieb-, Zerkleinerungs- und Aufbereitungsmaschinen und Anlagen
Apparate- und Behälterbau · Zementmaschinenbau · Weichenbau
Bergbauzulieferungen



Rhein-Straßenbrücke Duisburg-Rheinhausen · Bisher größter Stabbogen · Stützweite 255 m · Neuer Brückenzug 450 m · Stahlgewicht etwa 4100 t
Ausführung in Arbeitsgemeinschaft. Montagebeginn: Mai 1949

Entwurf, technische Führung und Montageoberleitung

STAHLBAU RHEINHAUSEN

Drahtwort: Stahlbau Rheinhausen Fernschreiber-Nr. 03 5838
Fernsprechanschlüsse: Duisburg 343 41; Rheinhausen: 270, 271, 272; Moers: 27 42

DER BAUINGENIEUR

berichtet über das gesamte Gebiet des Bauingenieurwesens (mit Ausnahme von Vermessungswesen, Verkehrstechnik, Wasserversorgung und Entwässerung der Siedlungen). Er bringt Aufsätze über Baustoffe, Theorie und Praxis der Ingenieurkonstruktionen, interessante Bauausführungen, Berichte über bemerkenswerte Veröffentlichungen des Auslandes, Normungsfragen und Tagungen, Buchbesprechungen.

Originalbeiträge nehmen an die Herausgeber:

Professor Dr.-Ing. F. Schleicher,
(1) Berlin-Nikolassee, Prinz-Friedrich-Leopold-Straße 9;
Prof. Dr.-Ing. A. Mehmel,
(16) Darmstadt, Technische Hochschule

Alle sonstigen für die Schriftleitung des BAUINGENIEUR bestimmten Mitteilungen, Bücher, Zeitschriften usw. werden erbeten unter der Adresse:

Schriftleitung
„DER BAUINGENIEUR",
Prof. Dr.-Ing. F. Schleicher,
(1) Berlin-Nikolassee,
Prinz-Friedrich-Leopold-Straße 9.

Für die Abfassung der Arbeiten sind die von den Herausgebern anzufordernden Richtlinien zu beachten. Für Formelgrößen usw. sollen soweit irgend möglich die genormten Bezeichnungen nach DIN 1350 und 1044 bzw. der BE. benutzt werden. Vorlagen für Abbildungen werden auf besonderen Blättern erbeten, Reinzeichnungen werden soweit erforderlich vom Verlag ausgeführt.

Erscheinungsweise:
Monatlich 1 Heft im Umfang von 32 Seiten.

Bezugspreis:
Halbjährlich DMark 18,—, für das Einzelheft DMark 3,50 zuzüglich Postgebühren. Die Lieferung läuft weiter, wenn nicht 4 Wochen vor Halbjahres- bzw. Jahresschluß abbestellt wird. Der Bezugspreis ist im voraus zahlbar.

Bestellungen
nimmt jede Buchhandlung entgegen.

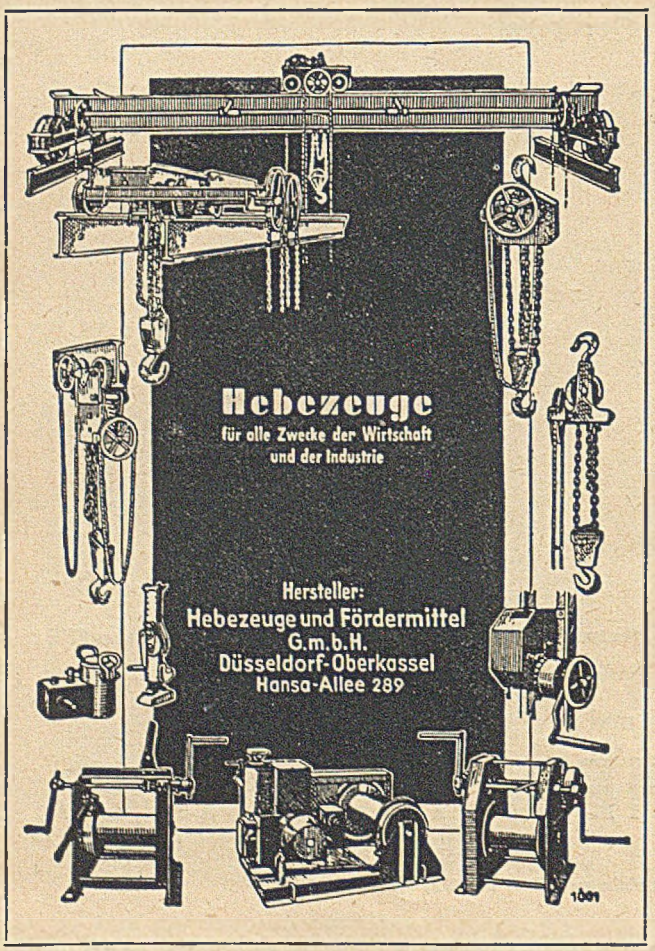
Nachdruck:
Der Verlag behält sich das ausschließliche Recht der Vervielfältigung und Verbreitung aller Beiträge sowie ihre Verwendung für fremdsprachige Ausgaben vor.

Anzeigen
werden vom Springer-Verlag, Berlin-Charlottenburg 2, angenommen. Die Preise wolle man unter Angabe der Größe und des Platzes erfragen.

SPRINGER-VERLAG

Heidelberg
Neuenheimer Landstraße 24, Fernsprecher: 24 40.

Berlin-Charlottenburg 2
Jebensstraße 1, Fernsprecher: 32 20 70.



Hunderttausende Quadratmeter
Betonflächen und Eisenkonstruktionen
wurden im Laufe von Jahrzehnten
wirksam geschützt mit
Inertol
Firma PAUL LECHLER · Stuttgart N

Lichtpausanlagen und Reparaturen, Ersatzteile
Zeichentische, Zeichenmaschinen und Zeichenschränke
Vermessungs-Instrumente und Bedarf
zum Teil ab Lager liefern wieder
P. Schmidt & Co. Nachf.
Berlin-Pankow, Berliner Straße 92 Telegrammwort: Smikompa

CERESIT
Das weltbekannte Mörteldichtungsmittel
gegen Wasserschäden und Feuchtigkeit in Bauwerken aller Art
WUNNERSCHE BITUMENWERKE G.M.B.H. UNNA I.W.

DER BAUINGENIEUR

24. Jahrgang 1949 Heft 4

Die Gründung von Maschinen.

Von Dr.-Ing. H. Sauer, Kronberg i. T.

Übersicht: Aufstellung von Maschinen, insbesondere von solchen mit zentrisch kreisenden Massen (Turbinen), in Abwehr gegen Schwingungen.

Nach einem natürlichen Empfinden des Menschen sind auftretenden Kräften gleiche Kräfte entgegenzusetzen, um störende Bewegungen durch Versteifungen zur Ruhe zu bringen. Darauf aufbauend mit Beobachtungen und Berechnungsmethoden hat es das Altertum bereits zu großen technischen Leistungen gebracht. Bewundernd registrieren wir, daß die Ägypter bis 45 m hohe monolithische Obelisken vor ihren Tempeln aufstellten, und daß sogar ein solcher unter Konstantin dem Großen aus Heliopolis nach Rom versetzt worden ist.

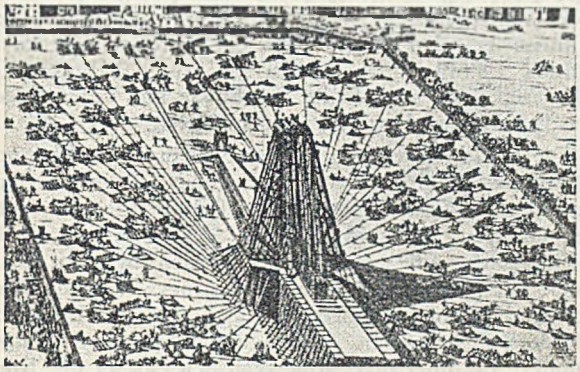


Abb. 1. Wiederaufstellung eines ägyptischen Obelisken vor der Paulskirche in Rom (G. B. Teubner).

Darüber hinaus hat auch die Aufstellung von Maschinen bis ins 19. Jahrhundert hinein kaum zusätzliche Anforderungen gestellt. Bei den noch niedrigen Umlaufzahlen konnten nach den ursprünglichen Gesichtspunkten befriedigende Lösungen gefunden werden, und wenn ein Glockenturm oder eine Windmühle nicht genügend standfest waren, haben Versteifungen stets geholfen.

Aber die Aufhängung einer Glocke derart, daß der Klöppel überhaupt und mit genügender Wucht zum Ausschlagen gelangt, hat schon früh schwingungstechnische Probleme aufgeworfen. Es wurde auch beobachtet, daß man eine Glocke nur durch rhythmische, dem Synchronismus entsprechend angesetzte Kräfte zum Läuten bringen konnte, daß man darin Energie aufspeichern kann, und daß man die Impulse einzustellen hatte, wenn ein Anschlagen den Glockenstuhl gefährdete. Schließlich war bekannt, daß man eine schwingende Glocke nicht mit Gewalt, sondern nur wieder durch rythmisch angesetzte Gegenkräfte schnell anhalten konnte. Bei der nachdenklichen Verfolgung dieser einfachen Glockenbeobachtungen erkennt man schon ein gut Teil der Schwingungserscheinungen, von denen die Weiterentwicklung der Technik sich immer wieder hat überraschen lassen.

Die freien Kräfte der Maschinen.

Die charakteristischen Kräfte, die von Maschinen ausgehen, sind meist mit der Umlaufzahl periodisch wechselnd. Da es keine absolut starre Gründungsmöglichkeit gibt, und die Fundamente stets mit Masse behaftet sind, führen sie nach den Gesetzen der Mechanik erzwungene Schwingungen aus. Die mathematischen Grundlagen hierzu sind von Newton (1643—1727) und Leibniz (1646—1716) in der Lösung der Differentialgleichung 2. Ordnung gefunden und in der Seismik auf Masse, Federung und Dämpfung, mit allen Folgerungen angewandt worden, so daß die Berechnung des Schwingungsverhaltens von Fundamenten schon lange möglich war.

Im einfachsten Falle besteht eine Maschine aus einer in einer Richtung elastisch gelagerten und gedämpften „Fundamentmasse", an der befestigt um einen Drehpunkt eine kleine Masse m sich im Radius r mit der Winkelgeschwindigkeit ω dreht. Alle, auch die kompliziertesten regelmäßig wiederkehrenden freien Maschinenkräfte lassen sich in solche einfache Sinuskräfte zerlegen und durch deren Überlagerung darstellen. Abb. 2 erläutert den grundlegenden Gleichungsansatz.

Bei stillstehender Maschine ($\omega = 0$) führt die Lösung dieser Gleichung zunächst zu Eigenschwingungen mit einer Winkelgeschwindigkeit von $\omega_o = \sqrt{\frac{a}{M} - \frac{K^2}{4\,M^2}}$ oder praktisch zu $\sqrt{\frac{a}{M}}$, da die übliche Dämpfung nur eine geringfügige Veränderung verursacht. Für den praktischen Gebrauch geht man zweckmäßig nicht von der spezifischen Federkraft, sondern vom Federungsweg f cm unter dem in der Schwingungsrichtung wirkend gedachten Eigengewicht der Masse aus, und erhält unmittelbar die minutliche Eigenschwingungszahl als $\frac{\sqrt{g} \cdot 60}{2\pi \cdot \sqrt{f}}$ oder abgerundet $\frac{300}{\sqrt{f}}$. Der Federungsweg f ist aus Definitionsgründen[1] auch gleich der Länge des entsprechenden mathematischen Pendels und ist für größere, in Sekunden aus-

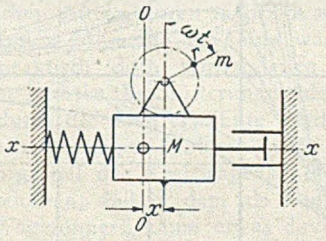


Abb. 2. Grundlegender Gleichungsansatz.

$$M \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + a \cdot x + K \cdot \frac{dx}{dt} = m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t$$

Fund. Masse × Beschleunig.	spez. Federkraft × Federweg	spez. Dämpfungskraft × Geschwindigkeit	umlaufende Masse × Zentrifugalbeschl. × Winkelfunktion
Massenkraft	+ Federkraft	+ Dämpfungskraft	= Komponente der Zentrifugalkraft

zählbare Schwingungsdauern nach der geläufigen Kurzformel $\frac{T^2}{4}$ in Metern besonders leicht zu ermitteln. Wegen der Wurzelfunktion gibt erst die Darstellung in logarithmischem Maßstab eine zusammenfassende Übersicht, wie Abb. 3 zeigt. So bedeutet die etwa 25 cm betragende Durchfederung eines Kraftwagens unter seinem Eigengewicht eine Eigenschwingungsdauer von 1 Sekunde. Um aber an die Umdrehungszahl 3000/Min. unserer Turbodynamos heranzukommen, darf eine Masse unter ihrem Eigengewicht in der schwingungsfähigen Richtung nur um 0,01 cm durchfedern.

[1] Für das Pendel ist die „spez. Federkraft" proportional dem schwingenden Gewicht und umgekehrt der Pendellänge einzusetzen.

Die Gesamtlösung obiger Grundgleichung ist in Abb. 4 dargestellt über dem Verhältnis Umlaufzahl der Maschine zur Eigenschwingungszahl des Fundaments, oder Störfrequenz zur Eigenfrequenz, oder, formelmäßig

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{a}{M}}} = Z.$$

Links in dem Kurvenbild überwiegt demnach die Federkraft, rechts die Massenbeschleunigung. Links bei langsamst laufender Maschine werden die Störkräfte über die verhältnismäßig starre Federung unverändert in das Erdreich abgeleitet, rechts spielt die Federkraft schließlich keine Rolle mehr, das Fundament wird frei und die Lösung geht in den Schwerpunktsatz über. Fundament

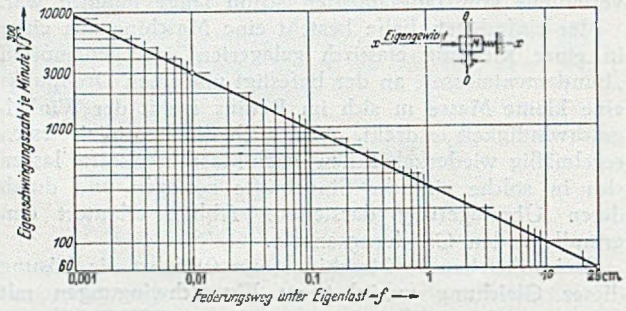


Abb. 3. Minutliche Eigenschwingungszahl aus dem Federungsweg unter Eigengewicht.

und umlaufende Masse führen in diesem äußersten Falle schwingungsähnliche Bewegungen aus derart, daß der Gesamtschwerpunkt von Fundament und umlaufender Masse in Ruhe bleibt. Diese leicht erfaßbare Bewegungsgröße entspricht der Mitschwingzahl „1".

Zwischen diesen beiden Extremen liegen nun die üblichen erzwungenen Schwingungen, in denen sich Federkraft und Störkräfte in ihrer Wirkung auf das Fundament mehr oder weniger unterstützen und bei der sogenannten

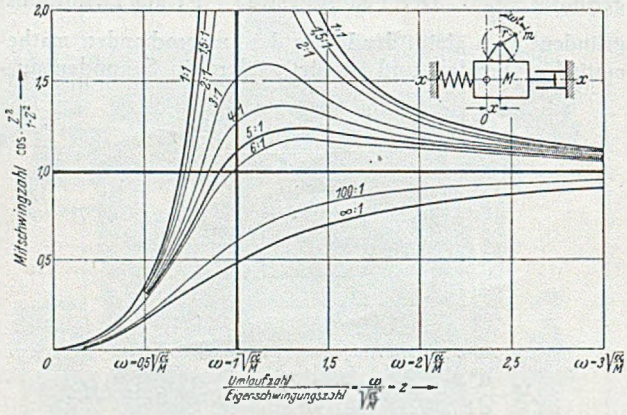


Abb. 4. Mitschwingungszahl in graphischer Darstellung.

kritischen Drehzahl oder Resonanz ein Maximum erreichen. Ohne jede Dämpfung ergäbe das unendlich große Schwingungsausschläge, bzw. die als $\frac{Z^2}{1-Z^2}$ leicht errechenbare Mitschwingzahl würde auf $\pm\infty$ ansteigen.

Die bereits behandelte Dämpfung beschränkt aber die Ausschläge auf endliche Werte, $\frac{Z^2}{1-Z^2} \cdot \cos\varphi$, und bewirkt zugleich eine Phasenverschiebung um einen Winkel φ, ähnlich dem in der Wechselstromtechnik. Dieser hier nur erwähnte Phasenverschiebungswinkel steigt über Abb. 4 von links nach rechts von 0° auf 180° und geht bei der Resonanz durch 90° hindurch. Dabei wird dessen Cosinus negativ, und die Mitschwingzahl repräsentiert sich somit stets als positive Zahl, obgleich das Fundament oberhalb der Resonanz den freien Kräften grundsätzlich entgegenschwingt. Die Mitschwingzahl bleibt trotz Resonanz in erträglichen Grenzen, solange das Dämpfungsverhältnis (das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Schwingungsausschläge) wenigstens 3 beträgt.

In der Praxis soll man aber niemals mit Resonanz und Vorhandensein einer genügend starken Dämpfung als Dauerzustand rechnen, sondern stets dafür sorgen, daß die Eigenschwingungszahl des Fundamentes bzw. irgendeines damit in Verbindung stehenden Teiles mindestens 25 % außerhalb der Maschinenumlaufzahl liegt. Das gilt auch für das gesamte Maschinenhaus und die durch Bodenübertragung in Mitleidenschaft gezogenen umliegenden Bauten.

Zu diesem Abschweif in die Berechnungsweise muß aber bemerkt werden, daß die Annahme einer Federkraft proportional der Entfernung aus der Ruhelage und vor allem die Annahme einer Dämpfungskraft proportional der Geschwindigkeit nur bei reibungsfreien Spiralfedern und bei guten Flüssigkeitsdämpfungen in begrenzten Bereichen zutreffen. Auch ist eine Reibung nicht berücksichtigt. Darum ergibt die Vermessung an praktischen Eigenschwingungsbildern mit dem Ausschlag veränderliche Schwingungszeiten und Dämpfungsverhältnisse. Jeder weitergehende Ansatz, den die tatsächlichen Verhältnisse bei den Gründungen im Erdboden erfordern würden, stößt mathematisch auf unverhältnismäßige Schwierigkeiten, so daß die Ergebnisse nur unter obigen Einschränkungen bewertet werden dürfen.

Die tatsächlich vorkommenden Schwingungszahlen und Dämpfungsverhältnisse von im Erdboden liegenden Fundamenten schwanken wie dessen Belastbarkeit in weitesten Grenzen. Sie sind auch von der Form und Größe abhängig, es muß unterschieden werden zwischen Senkrecht-, Waagrecht- und Kippschwingungen, so daß deren Vorausschau ein besonderes Studium und viel Erfahrung erfordert. Es werden Schwingungszahlen von einigen Hundert bis über 5000/Min. gemessen, wobei die Kippschwingungen die niedrigsten, die Senkrechtschwingungen die höchsten Zahlen liefern. Aber auch innerhalb ein und desselben Eigenschwingungsbildes schwanken die Werte erheblich, indem die kleinen Ausschläge meist schneller schwingen und die geringsten Dämpfungsfaktoren aufweisen. Wie die Federung des Erdbodens nicht dem klassischen Gleichungsansatz folgend proportional der Belastung zu- und abnimmt, so ist die Dämpfung im Erdboden auch nicht proportional der Geschwindigkeit, sondern entsteht vornehmlich als Energieentzug durch den mitschwingenden Boden. (Siehe Ehlers: [1] S. 197.) Man kann nur sagen, daß das ausgemessene Dämpfungsverhältnis mit dem Ausschlag von etwa 1,1 bis über 3 hinauswächst.

Sogar das in Abb. 8 gezeigte Eigenschwingungsbild der auf elastischer Hinterachse schwingenden Lokomobile hat mit dem Ausschlag wachsende Schwingungszeiten von 0,14 bis 0,18 sec. und wachsende Dämpfungsverhältnisse von 1,2 bis 1,6.

Aufstellung von Maschinen mit definierten freien Kräften.

Solange solche Maschinen, z. B. Kolbenmaschinen geringe Umlaufzahlen (etwa unter 60) hatten, sind Überraschungen bei deren Betrieb kaum aufgetreten, und man hat auch gelernt, durch Erfahrungszuschläge die Fundamente den vorausberechneten Kräften in befriedigender Weise anzupassen.

Die freien Kräfte, die besonders von Kurbeltrieben ausgehen, setzen sich infolge der endlichen Kurbelstangenlänge theoretisch aus einer unendlichen Reihe, mit Umlaufzahl und mehrfacher Umlaufzahl wechselnden, freier Kräfte zusammen. Diese Reihe ist stark abnehmend, so daß die Störung dreifacher Umlaufzahl nur in besonders gelagerten Fällen eine Rolle spielt, aber die Störung dop-

pelter Umlaufzahl gab die ersten Anlässe zu Betriebsschwierigkeiten.

Der Bau der schnelleren Dampfer, beginnend etwa 1870, erforderte schlankere Schiffskörper mit zwangsläufig langsamer werdenden Eigenschwingungszahlen, und die geforderte Leistungssteigerung der Antriebsmaschinen

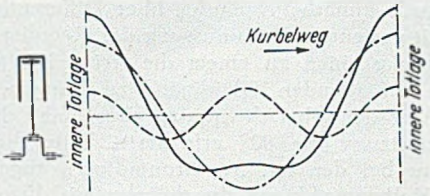


Abb. 5. Die freien Kräfte des Kurbelgetriebes in Richtung der Zylinderachse.

brachte höhere Umlaufzahlen, so daß Synchronismen der verschiedensten Art immer störender in den Schiffskörpern aufgetreten sind. Die deutschen sowie auch die englischen Schnelldampferneubauten, z. B. „Fürst Bismarck" und die englische „Cucania", der 90er Jahre konnten praktisch nicht ausgefahren werden, da sonst die Schiffsausschläge bestehend in einem Auf- und Niederwippen der Schiffsenden bis 8 cm angestiegen wären. Damals hatte Schlick erstmals Seismographen ähnliche Geräte, sogenannte Pallographen, zur Messung der Schiffsschwingungen gebaut,

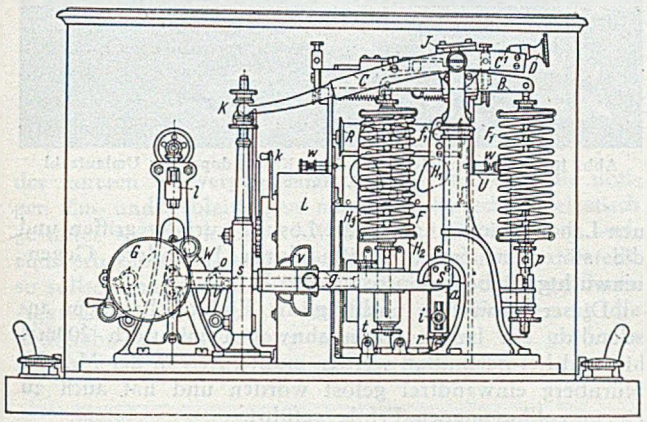


Abb. 6. Schlickscher Pallograph, nach [12] Z. VDI. 49 (1905) S. 1563. G = Vertikalschwingende Masse, W = horizontal schwingende Masse, beide mit verstellbarer Eigenschwingungsdauer, R = Registrierrolle.

so daß Richtlinien für die Konstruktion der Schiffskörper und den Aufstellungsort der Maschinen gegeben werden konnten. Schlick hat außerdem durch die Schaffung eines 4-Kurbel-Massenausgleiches für die Mehrfachexpansionsmaschinen eine außerordentliche Verminderung der primären freien Maschinenkräfte ermöglicht. Ohne diese grundlegenden Arbeiten hätte die Entwicklung der schnellen Schiffe nicht weitergeführt werden können. Schlicks Erkenntnisse [11] besitzen auch für stationäre Maschinenanlagen sinngemäß heute noch volle Gültigkeit.

Aber solche Erkenntnisse werden nicht gleich vorbeugendes Allgemeingut der Technik. Bald darauf beschäftigten gefährliche Torsionsschwingungen in den sich immer elastischer zeigenden Wellenleitungen zwischen Schiffsmaschinen und Propeller in ähnlicher Weise jahrelang, noch im ersten Weltkrieg, die damals seltenen Schwingungsspezialisten. Es ist noch in vieler Erinnerung, daß 1928 an dem Luftschiff „Graf Zeppelin" nach einer scheinbar geringfügigen Versteifung der elastischen Kupplung zwischen Motor und Propeller auf der Fahrt durch das Rhônetal nacheinander fast sämtliche Propellerwellen infolge kritischer Schwingungen gebrochen sind. Mit dem letzten Motor konnte bei verminderter Umlaufzahl, also unterhalb des Gleichgangs der Motorimpulse mit der zerstörenden Wellenschwingung, noch notgelandet werden. Heute werden als Ergebnis dieser Entwicklung alle Reihenmotoren, bei denen kritische Umlaufzahlen drohend sind, mit Torsionsschwingungsdämpfern ausgerüstet. Diese für die vorliegende Betrachtung scheinbar so fernliegende Praxis wird vielleicht einmal beispielgebend sein für die Entwicklung und Anwendung von Resonanz-Dämpfungsgliedern zur Ermöglichung leichtester Gerüste bei der Aufstellung überkritisch betriebener Maschinen.

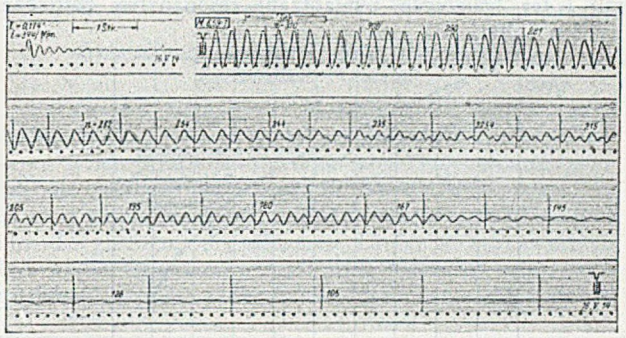


Abb. 8. Horizontale, in Richtung der Zylinderachse verlaufende, Längsbewegungen des Fahrgestelles einer Einzylinder-Benzollokomobile. Eigenschwingungsbild und erzwungene Schwingungen bei auslaufender Maschine.

Fahrer von modernen Kraftwagen wissen, daß beim Beschleunigen unter einer bestimmten Umlaufzahl der in hochelastischen Federn oder Gummipuffern gelagerte Motorblock vorübergehend in heftige Schüttelbewegungen oder Torsionsschwingungen um seine Kurbelachse gerät, die bei etwas höherer Umlaufzahl sogleich vollkommen sich beruhigen. Sonstige freie Kräfte haben die meist sechszylindrischen Automotoren theorisch nicht, sie haben auch keine freien Momente um eine waagrechte Querachse. Die praktisch doch vorhandenen freien Kräfte äußern sich in leichten Erschütterungen des Motorblocks und werden durch die oben erwähnte weiche Abfederung auch bei hundertpferdigen Motoren so überraschend gut von dem Fahrgestell des Kraftwagens oder Schnelltriebwagens ferngehalten, daß in dem als Fundament zu betrachtenden Wageninnern kaum etwas davon wahrzunehmen ist. Dieser praktische Erfolg in der Aufstellung bereits sehr starker Maschinen regt immer wieder zur Anwendung auch bei stationären Maschinenaggregaten an.

Aus dem Jahre 1913, also 20 Jahre nach den Schlick'schen Erkenntnissen hat der Verfasser noch Aufzeichnungen aus einem Abnahmestreitfall um eine Einzylinderbenzollokomobile. Die Lokomobile wurde auf den Hinterachsrädern aufgebockt betrieben und hatte infolge der Elastizität der durchgehenden Achse eine wohldefinierte und auch damals schon leicht berechenbare waagrechte Eigenschwingung von 334/Min. Die Dämpfung dieser Eigenschwingung war mit etwa 1,5 : 1 so gering, daß bei einer Normaldrehzahl von 310 unerträgliche Schwingungsausschläge des ganzen Fahrgestells ausgelöst wurden. Dabei spielte die mit doppelter Umlaufzahl wechselnde Oberstörung zunächst keine sichtbare Rolle, aber ein Auslaufversuch der Maschine zeigte sehr auf-

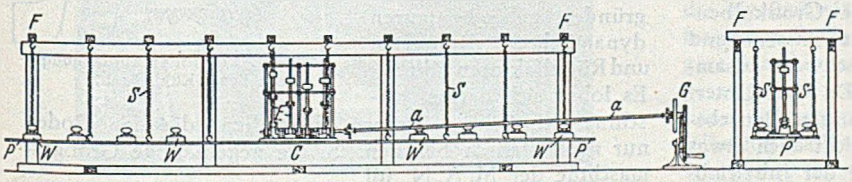


Abb. 7. Schlickscher Massenausgleich auf Schiffsmodell. Nach [12] Z. VDI. 38 (1894) S. 1091. (Der den Schiffskörper vertretende elastische Träger ist durch eine hölzerne Planke PP dargestellt, der Auftrieb des Wassers wird durch eine größere Anzahl von Schraubenfedern S ersetzt, an denen die Planke nahezu waagrecht aufgehängt ist. Die Federn wirken in gleichartiger Weise wie der Auftrieb.)

schlußreich, wie trotz abfallender Tourenzahl die anfangs unbedeutende Oberschwingung sich steigend bemerkbar machte und bei der halben Eigenschwingungsdrehzahl das Schwingungsbild vollkommen beherrscht. Obwohl Grund- und Oberstörung symmetrisch (Abb. 5) entstehen, und das Bild eines „*M*" oder „*W*" ergeben, sieht man dieses für Kolbenmaschinen charakteristische Bild infolge der verschiedenen Phasenschiebungen immer nur verzerrt, zuerst als „*W*" und nach dem Gleichgang der Oberstörung infolge des Phasenumschlages als „*M*". Dieses Ansprechen der schwachgedämpften Stahlkonstruktion auf die freien Kräfte der Maschine war also durchaus vorausberechenbar. Hier wäre eine Versteifung der Hinterachse bis zu einer Gestellschwingungszahl von 25 % über der doppelten Umlaufzahl, also etwa 800/Min., erforderlich gewesen. Also nach Abb. 3 hätte die Durchbiegung unter „Eigengewicht" höchstens 0,14 cm betragen dürfen. Ein Tieferstimmen verbot sich in diesem Falle, da die Maschine mit jeder beliebigen Umlaufzahl resonanzfrei betrieben werden sollte.

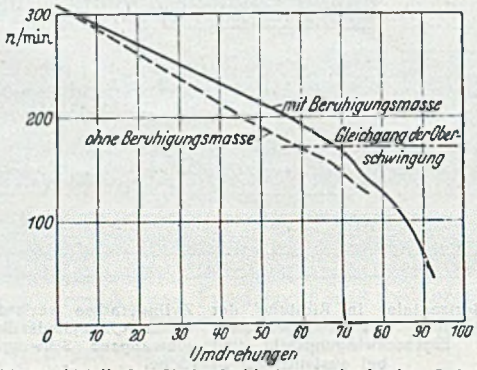


Abb. 9. Abfall der Umlaufzahl der auslaufenden Lokomobile.

Ein solch heftig mitschwingendes Maschinengestell ist bei Riemenantrieb nicht nur äußerst betriebstörend, sondern hat auch eine erhebliche Leistungsabwanderung in die Auflagerung und in den Boden zur Folge. Nach den Formeln der Wechselstromtechnik errechnete sich dieselbe damals auf mehr als 5%, und die Aufzeichnung des Abfalles der Umlaufzahl bei auslaufender Maschine mit und ohne Gegengewicht gibt hiervon ein eindrucksvolles Bild. Auch der stärkere Abfall infolge des vorübergehenden Synchronismusses der Oberstörung ist zu erkennen.

Die für 1913 neuartige Pfahlgründung von 96tourigen 3000-PS-Großkraftmaschinen in nassem Sand und Kies am Oberrhein führte bei Inbetriebnahme zu zerstörenden Schaukelbewegungen des Fundamentblockes, zu verbreiteter Leistungsabwanderung in den Boden, zur Gefährdung benachbarter Bauten durch Resonanzschwingungen vornehmlich mit der doppelten Umlaufzahl und zur Stillegung des Betriebes. Schließlich hat man drei benachbarte Fundamentblöcke mit einer gemeinsamen über 3 m starken Stahlbetonplatte nachträglich unterfangen müssen, und mit dieser außergewöhnlichen Massenanhäufung von insgesamt fast 10 000 t Maschinen und Umgebung ausreichend zur Ruhe gebracht.

Bei der späteren Gründung ähnlicher Großkolbenmaschinen in Mitteldeutschland ebenfalls auf nassem Sand und Kies wurden vorbeugend besonders schwere zusammenhängende Betonplatten untergelegt. Da der Untergrund etwas tonreicher war, und die übrigen Betriebsbauten nicht so weit entfernt lagen, vielleicht auch etwas empfindlicher ansprachen, stellten sich bei der Inbetriebnahme im Umkreis von 100 m mit der doppelten Umlaufzahl von etwa 200/Min. wiederum gefahrdrohende Mitschwingerscheinungen ein. Soweit dies Betonskelettbauten waren, konnten bald gewisse Beruhigungen festgestellt werden, die dadurch entstanden, daß die Betonskelette vor den verstärkten Knotenpunkten eingerissen sind und sich die Bauwerke damals automatisch nach unten verstimmt haben. Eisenkonstruktionsbauten blieben verhältnismäßig ruhig, da sie auf 200/Min. nicht ansprachen, aber bei den gemauerten Hochbauten sind die Störungen so bedrohlich geblieben, daß die nächstliegenden Maschinen mit ihren vollen Umlaufzahlen nicht mehr betrieben werden durften.

Es wurde zunächst versucht, über Differentialgetriebe und damit gesteuerte Beeinflussung der Regulierorgane je 2 Großgasmaschinen zu einem die freien Kräfte zweiter Ordnung aufhebenden Gleichgang zu bringen. Da die Auslöschung der Oberschwingung aber eine sehr genaue Kurbelversetzung um 90° erforderte, hatte dieses Verfahren nur bei den mit Synchronmotoren angetriebenen großen Kolbenmaschinen beschränkt mit Erfolg angewandt werden können. So mußte schließlich auf die von Prof. Junkers 1913 in seinem Aachener Großgasmaschinen-Laboratorium angewandte Lösung zurückgegriffen und die störenden freien Kräfte durch besondere Gegenumwuchtgetriebe kompensiert werden.

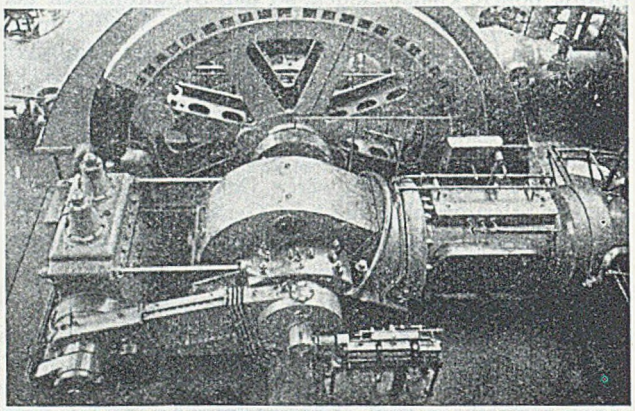


Abb. 10. Massenausgleich für freie Kräfte doppelter Umlaufzahl (M.A.N. Nürnberg).

Dieser schwierige nachträgliche Einbau, bei dem anschaulich ein halber Eisenbahnwagen minutlich 200mal hin und her geschüttelt werden mußte, ist von der M.A.N. Nürnberg einwandfrei gelöst worden und hat auch zu einem vollkommenen Erfolg geführt.

Wirtschaftlich machen derartige Gewaltlösungen keine Freude, es gab aber hier keinen anderen Ausweg. Grundsätzlich soll man eben schneller gehende freie Kräfte überhaupt nicht an den im Boden liegenden, tragenden Fundamentteil herankommen lassen. Die hervorragend durchdachten Berechnungsmethoden zur Aufnahme von dynamischen Kräften durch den Boden bleiben mit der Unsicherheit der Bodenbeschaffenheit so belastet, daß sie aus Sicherheitsgründen zu sehr teuren dynamischen Beiwerten und Rüttelfaktoren führen. Es lohnt sich darum, maschinentechnische Lösungen zu suchen, die den Boden nur noch statisch belasten. S. die gegenläufige Großgasmaschine der M. A. N. [6].

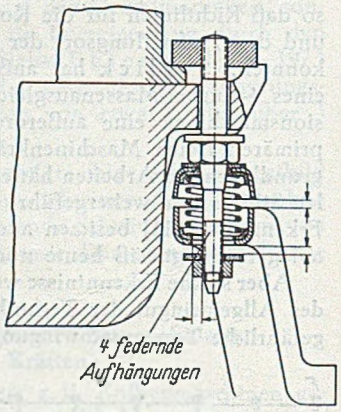


Abb. 11. Verdichter-Aufhängung im Bosch-Kühlschrank.

Bei kleineren Kolbenmaschinen, wie Kühlaggregaten in Haushaltsschränken oder auch größeren Kältekompressoren, für welche unbedingte Erschütterungsfreiheit besonders verlangt wird, hat man schon praktisch Kolbenmaschinensätze in starren Tischrahmen zusammengefaßt und mittels allseitig nachgiebiger Federungen auf das eigentliche Fundament schwebend abgestützt. Bei solchen

Gründungen kommen weder Geräusche noch Erschütterungen in den Boden, und man braucht bei der Berechnung der Fundamente auf die freien Kräfte keine Rücksicht mehr zu nehmen. Selbstverständlich führt der Maschinentisch dann Bewegungen in der Größenordnung

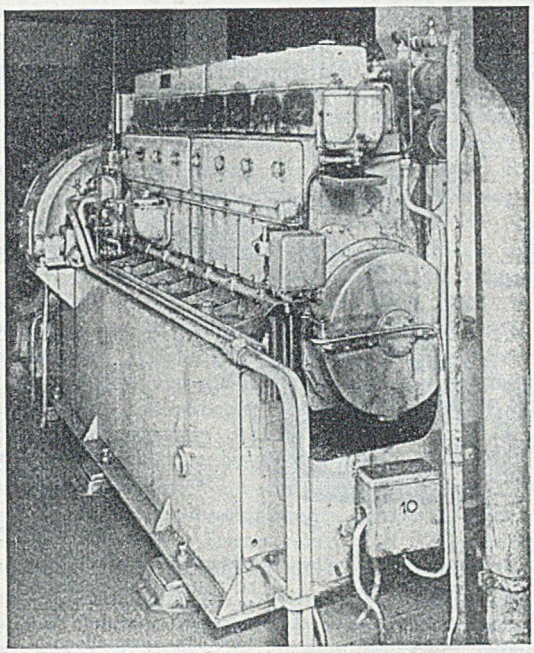


Abb. 12. Auf Federisolatoren aufgestelltes Diesel-Dynamoaggregat, nach W. Genest GmbH., Berlin.

der inneren Schwerpunktverschiebung aus, und die nötigen Zu- und Ableitungen müssen entsprechend elastisch gestaltet werden können. Wenn diese Entwicklung auch eine erhebliche Abkehr vom Althergebrachten darstellt, so sollte man doch in normalen Fällen und bei größeren Aggregaten im Interesse von Lager und Fundierung die nachgiebigere Aufstellung einführen und vor größeren Maschinenausschlägen weniger zurückschrecken.

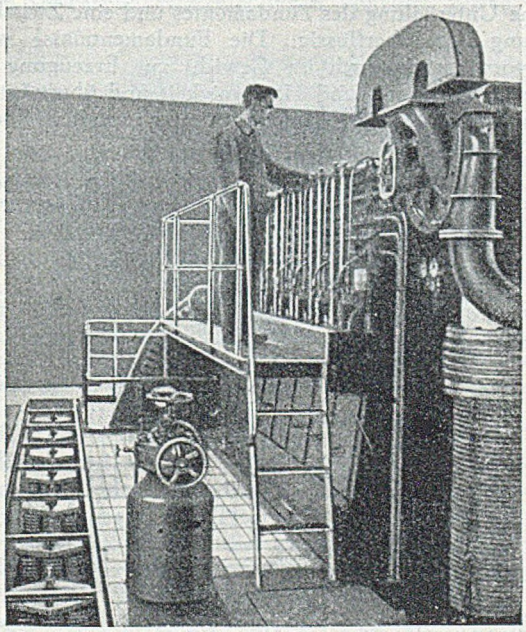


Abb. 13. Hängende Gründung nach W. Genest GmbH., Berlin.

Das schwingungstechnisch besonders günstige, federnd abgehängte Betonfundament für einen Dieseldynamosatz nach Abb. 13 könnte mit seinem erheblichen technischen Aufwand leicht abschreckend wirken. Da ein 6-Zylinder-Reihenmotor freie Kräfte oder Momente nur aus Herstellungsgenauigkeiten äußern kann, sollte auch hier eine unmittelbare Abfederung des Maschinensatzes auf dem Fundament lt. Abb. 12 genügt haben. Aber dazu fehlte offensichtlich der Motor und Dynamo zusammenfassende eiserne Grundrahmen, so daß ein schwerer Betonblock diese Maschinenteile zunächst einmal zu einem Ganzen zu vereinigen hatte, und darum mit abgefedert werden mußte.

Dieser leider weit verbreitete Mangel an unsern Betriebsmaschinen aller Art erschwert die Durchführung einer Bodenentstörung außerordentlich. Vorsorglich sollten daher in Zukunft alle Aggregate, die irgendwie Erschütterungserreger sein könnten, stets auf maschinentechnisch zusammenfassenden Rahmen gefordert, angeboten und geliefert werden. Nur bei Maschinensätzen mit großen, heftigen Schwerpunktverschiebungen wie z. B. bei Schmiedehämmern (Genest [7] Seite XV), sind zusätzliche mitabzufedernde schwere Betonblöcke auch schwingungstechnisch erforderlich. Bei manchen Maschinen, wie z. B. 3-Zyl. Reihenmotoren, können auch erhebliche freie Momente zusätzliche mitabzufedernde Massen erfordern.

Aufstellung von Maschinen mit zentrisch kreisenden Massen.

Bei der Aufstellung von Maschinen mit zentrisch kreisenden Massen, welche also normalerweise keine berechenbaren freien Kräfte nach außen abgeben, sollten eigentlich die Gesetze der ruhenden Bauwerke genügen. Es ist zwar gelungen, durch sinnreich ausgedachte Maschinen auch die größten, 30 t schweren, Läufer so auszuwuchten, daß weder freie Kräfte noch freie Momente im Betrieb entstehen, aber die rauhe Wirklichkeit kennt die verschie-

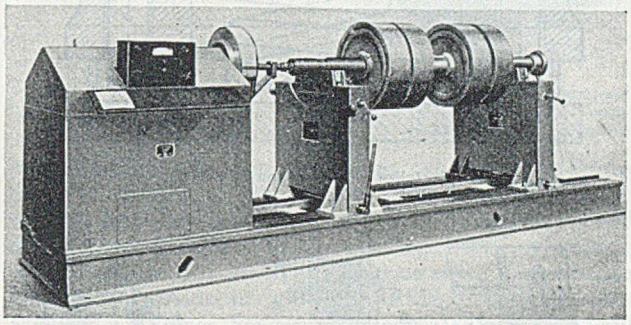


Abb. 14. Auswuchtmaschine für mittelgroße Läufer, C. Schenck, Darmstadt.

densten Ursachen, unter denen bestens ausgewuchtete Maschinen mehr oder weniger große Störkräfte bekommen durch Abnutzung oder Bruch von Schaufeln, Staubablagerung, Spannungen, Temperatureinflüsse, Verlagerung von Wicklungsteilen u. dgl. Das kann dann bei zu schwachen, oder gar in Resonanz geratenden Fundamenten zu schwersten Betriebsstörungen führen, und dagegen schützt man sich mit einer reichlichen Überdimensionierung, zumal in dieser Richtung der Konstrukteur niemals zuviel getan haben kann.

Auch auf verhältnismäßig kräftig erscheinende Betondecken scheut man sich schnellaufende Rotationsmaschinen unmittelbar zu montieren, solange es noch nicht üblich ist, die Eigenschwingungszahl der Deckenkonstruktion an der fraglichen Stelle orientierend zu messen und für eine billigere Maschinenaufstellung zu verwerten. Da das Hineingeraten in Synchronismus unangenehmste Folgen haben kann, bevorzugt der Bearbeiter in allen irgendwie zweifelhaften Fällen selbstverständlich eine ordnungsgemäße, von der Kellersohle aufgehende, stabile Fundamentierung. Der Betriebsführer muß daher heute noch resignierend zusehen, wenn zuweilen für kleine Rotationsmaschinen für seine Begriffe viel zu schwere Fundamente gefordert und auch gebaut werden. Er kann die Verantwortung für einen persönlichen Eingriff in die Gepflogenheiten nicht übernehmen, und sieht verständnislos die 100 t schwere Lokomotive sich unbeanstandet auf einfacher Gleisbettung

bewegen. In Zukunft wird die wachsende Vertrautheit mit den möglichen Schwingungserscheinungen, deren meßtechnische Verfolgung und wirksame Abschirmung hier noch bedeutende Einsparungen bringen.

Da Überdimensionierungen selten katastrophale Folgen haben, und harter, bodenerschütternder Maschinenlauf immer noch als unabwendbare Begleiterscheinung eines Betriebes hingenommen wird, fehlt gerade der Gründungstechnik ein nachdrücklicher Antrieb für die Überwindung alter Gepflogenheiten und zur breiteren Anwendung ihrer vorhandenen schwingungstechnischen Erkenntnisse.

Nur wenn aus besonderen Gründen unbedingte Vibrationsfreiheit in der Umgebung verlangt wird, stellt man schon lange größere umlaufende Maschinensätze weich federnd auf die Gründung, und es treten dabei immer nur der Unwucht und dem Schwerpunktsatz entsprechende, überraschend geringfügige Bewegungen des Maschinenkörpers auf. In der leider demontierten M.A.N.-Forschungsanstalt in Augsburg war ein 30-kW-Leonardsatz auf diese Weise mit vollem Erfolg aufgestellt. Die Schwingungsdauer betrug ca. 1 Sekunde, die Zusammendrückung der Federn durch das Eigengewicht dementsprechend 25 cm.

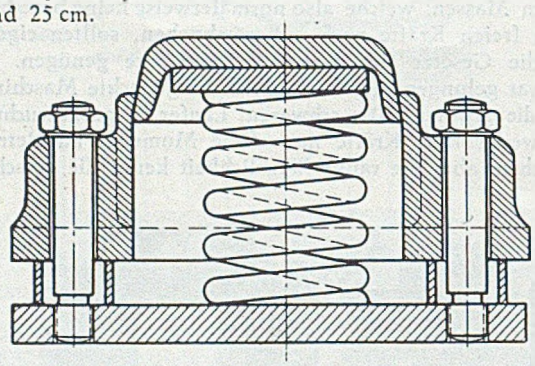


Abb. 15. Federteller der W. Genest GmbH., Berlin.

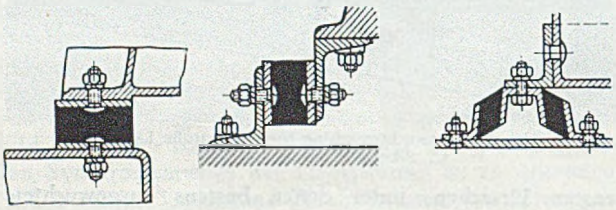


Abb. 16. Schwingmetall der Continental A.G., Hannover.

In dieser Richtung war seit 1930 eine erfreuliche Entwicklung im Anlaufen, was auch durch die vielseitigen Anpreisungen von Federtellern, elastischen Gummipuffern und sonstigen elastischen Zwischengliedern äußerlich zum Ausdruck gekommen ist. Nicht zuletzt wird jetzt in dem Tastschwingungsschreiber der Askania-Werke, München, das notwendige Gerät zur Verfügung gestellt, mit dem man mechanische Schwingungen von 500 bis 8000/Min. an Ort und Stelle sichtbar und auswertbar in einfachster Weise registrieren kann. Federung ist nicht zugleich Dämpfung, und nur durch richtige Dimensionierung und messende Verfolgung der Wirkung der elastischen Zwischenglieder kann ein befriedigendes Ergebnis erreicht werden.

Durch die federnden Zwischenlagen kommt es zu einer Teilung der Fundamente, in einen mit der Maschine fest in Verbindung stehenden „Maschinenkörper", und in den im Boden liegenden und dort abgefederten „Bodenkörper". Beide Teile können zueinander verschieden groß gewählt werden und mehr oder weniger starr verbunden werden, vom einheitlichen Fundamentblock bis zur weichesten Abfederung der Maschine, sogar des Läufers.

Die Wünsche nach möglichst ruhiger Lage der Maschinenachse und nach Erschütterungsfreiheit im Erdboden lassen sich gleichzeitig niemals erfüllen, sondern führen zu gegensätzlichen Maßnahmen, die gegeneinander abgewogen werden müssen. Da aber große Schwerpunktverschiebungen praktisch nur bei langsam laufenden Maschinen vorkommen, und schneller laufende Maschinen in steigendem Maße mit Massenausgleichen versehen sind,

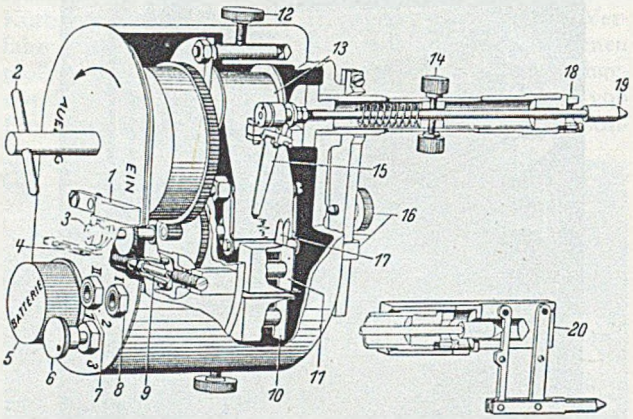


Abb. 17. Tastschwingungsschreiber der Askania-Werke GmbH., München.

1. Laufwerkschalter
2. Federaufzug
3. Kontaktnocke
4. Zeitmarkenkontakt
5. Stabbatterie
6. Elektr. Umschalter
7. 2-polige Steckbuchse II
8. 2-polige Steckbuchse I
9. Laufwerkregler
10. Magnet für willkürl. Marken
11. Zeitmarken-Magnet
12. Verbindungsschraube
13. Registrierpapierrolle
14. Andruckverstellung
15. Schreibhebel
16. Schreibdruckverstellung
17. Markenschreiber
18. Ausschlagbegrenzer
19. Taststange
20. Verkleinerungsaufsatz

schließlich überhaupt nur noch zentrisch drehen, können aus der Fülle der Möglichkeiten orientierend folgende Typen besonders betrachtet werden.

Kraftübertragendes Fundament. Bei im Vergleich zur Eigenschwingungszahl des Bodenfundamentes sehr langsam laufenden Maschinen oder Störungen ist eine Unterteilung des Fundamentes und eine Zwischenfederung stets überflüssig. Die Fundamentmasse wirkt hier vorwiegend durch ihr Gewicht zur Erzeugung der notwendigen Stand- und Haftfestigkeit und überträgt die freien Maschinenkräfte fast unverändert auf den Boden.

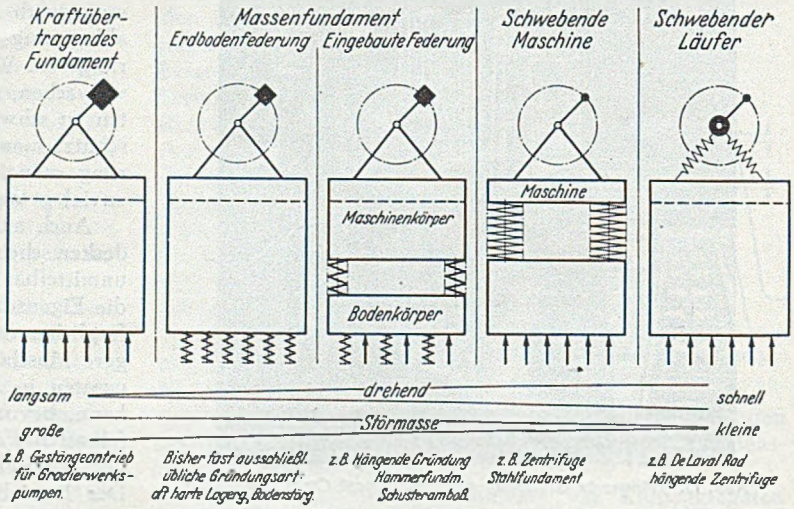


Abb. 18. Fundamentierungstypen.

Massenfundament mit Erdbodenfederung oder eingebauter Federung. Mit schneller laufenden Maschinen beginnt unter dem Einfluß der wachsenden freien Kräfte die Massenwirkung des

Fundamentes in Erscheinung zu treten und damit auch dessen Abfederung im Erdboden. Die Federwirkung des Erdbodens ist aber sehr unvollkommen und darf wegen der Einrüttelungsgefahr nur sehr begrenzt in Anspruch genommen werden. Das ist zwar die einfachste und praktisch am meisten vorkommende Gründungsart. Sie führt aber hier und da zu überraschenden Mißerfolgen, weshalb stets vorsorgliche Überlegungen angestellt werden müssen.

Je schneller unausgeglichene Maschinen laufen, um so wichtiger wird darum eine Unterteilung des Fundamentes und eine richtige Bemessung und Abfederung des Maschinenkörpers gegenüber dem Bodenkörper. Die Schonung der Lager, sowie die Fernhaltung der Erschütterungen aus dem Bodenkörper, würde zunächst den leichtesten Maschinenkörper und die weicheste Abfederung desselben wünschenswert erscheinen lassen, und dabei werden die zu erwartenden Maschinenausschläge größenordnungsmäßig den oft erheblichen Schwerpunktsbewegungen entsprechen. Andererseits verlangt aber die Rücksicht auf Rohranschlüsse, Kraftübertragungen oder bei Arbeitsmaschinen die Bedienung eine vorgeschriebene Ruhe des Maschinenkörpers und damit dort eine größere Massenanhäufung.

Wenn dann bei größtmöglicher Massenanhäufung im Maschinenkörper die mit dem Maschinenlauf verbundenen Schwerpunktsverschiebungen immer noch zu große Ausschläge erwarten lassen, muß die Abfederung des Maschinenkörpers gegenüber dem Bodenkörper versteift werden, d. h. dessen Schwingungszahl oberhalb der Maschinenumlaufszahl nötigenfalls nach Abb. 4 mehrfach höher gelegt werden. Die Anwendung einer Dämpfung entlastet den Bodenkörper nicht. Die Eigenschwingungszahl des Bodenfundamentes muß selbstverständlich ±25% außerhalb der Umlaufszahlen liegen, was bei gegebener Bodenbeschaffenheit in bekannter Weise durch Formgebung erreicht werden kann.

Schwebende Maschine. Schnell laufende Rotations-Maschinen oder solche mit weitgehendem Massenausgleich äußern nur noch unbeabsichtigte, meist geringe Umwuchtkräfte. Der Maschinenkörper ist daher kaum mehr mit zusätzlichen Massen auszustatten, da die möglichen Schwerpunktverschiebungen ohnedies gering sind.

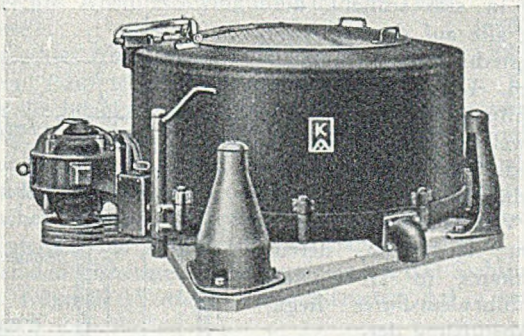


Abb. 19. Krantz-Elektro-Zentrifuge (frei hängendes Gehäuse).

Er darf zur Schonung der Lager sogar sehr leicht ausgebildet werden, und wenn kein zusammenfassender Maschinenrahmen erforderlich ist, kann die Maschine unmittelbar gegen den Bodenkörper abgefedert werden. In diesen Fällen sind die auswechselbaren elastischen Zwischenglieder weitgehendst vorteilhaft anwendbar.

Die Masse des Bodenfundamentes kann ohne Schaden für die Maschinenlager zur weiteren Beruhigung der Bodenauflage beliebig schwer gehalten werden, deren Eigenschwingungszahl muß nur außerhalb der Umlaufszahl liegen.

Wenn die vorstehenden Gesichtspunkte wenigstens bei kleineren und mittleren Maschinen einmal allgemein üblich geworden sind, ist sehr zu hoffen, daß damit nicht nur bessere Laufruhe und Schonung von Lagern erreicht werden, sondern daß damit auch die gewohnheitsmäßige, bisher berechtigte Überdimensionierung bei Fundamenten abgebaut wird.

Schwebender Läufer. Leider läßt sich das um die Jahrhundertwende bekannt gewordene, Lager und Fundament dynamisch fast vollkommen entlastende Verfahren de Lavals nicht allgemeiner anwenden. Statt die Unwuchtkräfte seines, mit 30 000 minutlichen Umdrehungen laufenden Aktionsrades über genügend starke Achsen und Lager auf ein entsprechend stabiles Fundament zu übertragen, hatte de Laval erstmalig seinem Rad gestattet, sich ohne nennenswerten Zwang um seine Schwerpunktachse zu drehen. Die Welle wurde sehr dünn aus-

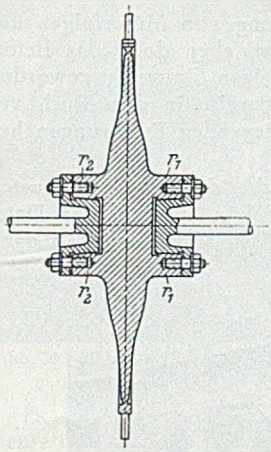


Abb. 20.
De Laval-Rad (Lueger).

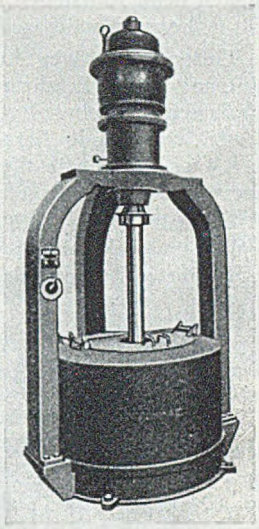


Abb. 21.
Hängende Schnellauf-Zentrifuge (frei hängender Läufer) nach C. G. Haubold A.G., Chemnitz.

geführt und damit dem Rotor eine sehr niedrige Eigenschwingungszahl gegeben. Beim Anlauf mußte die entsprechende niedrig liegende kritische Umlaufzeit schnell durchfahren und der Wellenausschlag begrenzt werden, weil ein Verweilen im Synchronismus ohne ausreichende Dämpfung zerstörend große Anschläge hervorgerufen hätte. Bei weiterer Steigerung der Umlaufzahl tritt laut Abb. 2 wieder Beruhigung der Welle ein, die schließlich zu erstaunlicher Laufruhe führt, auch wenn die Schwerpunktachse von der mechanischen Achse merklich abweicht. Bei den heutigen hochempfindlichen Turboaggregaten kann wegen der geringen Schaufel- und Dichtungsspiele von diesem Verfahren nur noch in beschränktem Maße Gebrauch gemacht werden. Die zu beachtenden wellenkritischen Tourenzahlen liegen meist über der halben Umlaufzahl. Die charakteristische de Laval-Lagerung (gekennzeichnet durch sehr niedrige Resonanzlage) befindet sich bei den Zentrifugen der Landwirtschaft und Wäschereien, auch bei schnellaufenden Schleifsteinen in weitverbreiteter zuverlässiger Anwendung. Abb. 20 u. 21.

Aufstellung von Turboaggregaten.

Die Aufstellung von Turboaggregaten erfolgte anfangs auf zwei parallel zueinander geführten schweren Steinmauern mit quergelegten Eisenträgern zur Aufnahme der Lager. Zwischen den schweren Steinmauern war für die Kondensation und die Rohrleitungen zu wenig Platz vorhanden, und so kamen um 1910 die ersten Fundamente in Stahlbeton auf. Zunächst hat man reichliche Massen eingesetzt, aber im Laufe der Jahre wurden infolge weiterer Platzwünsche und damit schlankerer Konstruktionen Schwingungsvorausberechnungen notwendig, welche in der Veröffentlichung von Geiger erstmalig zusammenfassend bekanntgegeben worden sind [3].

Stahlbeton ist für den Bau von Turbofundamenten ein schwieriger Baustoff, der allergrößte Sorgfalt in Berech-

nung und Ausführung erfordert. Das Elastizitätsmaß schwankt zwischen 200 000 und 300 000 kg/cm², hängt wesentlich von den Eiseneinlagen und der Betongüte ab. Einzelne Teile der Fundamente, besonders die Querstege zwischen Dampfturbine und angetriebener Maschine oder gar zwischen zwei Dampfstufen, wofür bei den neueren Konstruktionen immer weniger Platz übrig bleibt, sind besonderen Wärmestrahlungen ausgesetzt und erfahren auch damit eine Veränderung ihrer Elastizität. Beispielsweise fielen die Schwingungszahlen von mit Eiseneinlagen versehenen Kraftwerkschornsteinen, die zur Kontrolle des Bauzustandes von dem Verfasser jahrelang regelmäßig gemessen wurden, bei Inbetriebnahme um etwa 20 % ab und gingen beim Kaltstellen um soviel wieder hinauf (z. B. ein 120 m hoher Kamin wechselte zwischen 15 und 18/Min.).

Unter sorgfältiger Auswertung von Mißerfolgen und Nutzung guter Erfahrungen ist aber doch das Betonfundament zu einem zuverlässigen Bauwerk geworden, dessen eingehende Berechnungsweise in dem Buch von E. Rausch [9] mit allen vorliegenden Erfahrungen hervorragend zusammengefaßt ist.

Es bleiben aber doch Wünsche, die von dem Baustoff Stahlbeton nicht erfüllt werden können. Aus den Daten aufgeführter Betonfundamente ist auffallend, daß dabei

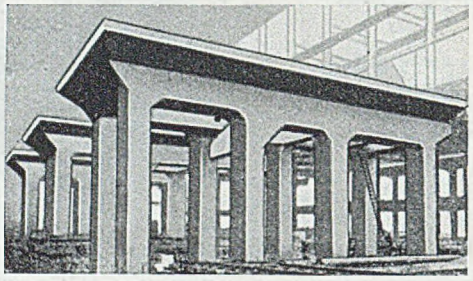


Abb. 22. Stahlbetonfundamente (aus Rausch: [9] S. 459).

für die beiden Hauptrichtungen quer zur Welle Eigenschwingungszahlen von einigen Hundert bis zu einigen Tausend vorgesehen sind, letztere nur senkrecht und meist oberhalb der Umlaufzahl. Wenn der Turboläufer in waagrechter Richtung derart weich abgefedert laufen kann, ist nicht einzusehen, weshalb man in senkrechter Richtung so außerordentlich starr abstützt.

Die verschiedenen Fundamente werden ohne ersichtlichen Grund als hoch- oder tief-„abgestimmt" charakterisiert. Da der Stahlbeton hier an einer gewissen Grenze angelangt ist und allzu schlanke Stützen nur ungern in Kauf genommen werden, überwiegt die hohe Abstimmung. Hier haben sich vielleicht auch die Besteller allzu bedenkenlos hohe Abstimmung vorschlagen lassen und nicht daran gedacht, daß sie damit die Turbolager unnötig belasten und die Abführung von Maschinenerschütterungen in den Boden fördern. Es muß oberster Grundsatz in der Maschinenaufstellung werden, daß man Erschütterungen gar nicht an das im Erdboden liegende Fundament herankommen läßt. Hier erhöhen sie die notwendig einzusetzenden Zuschläge, verteuern das Fundament und die Erschütterungen verbreiten sich mit gleicher Wirkung auf die Nachbarfundamente.

Eine weich aufgestellte Turbomaschine hat auch bei auftretenden Unbalancen nur das Bestreben, sich um Bruchteile eines mm zu bewegen. Bei Störungen oder Kurzschlüssen entsteht allerdings ein genau umrissenes Drehmoment, das von dem Bodenfundament aufgefangen und dahin abgeleitet werden muß; das sind aber keine Kräfte, die die Maschinenachse von der Stelle bewegen wollen. Im übrigen könnten auch die größten Turboaggregate freischwebend aufgestellt und betrieben werden, sie bedürfen nur einer Halterung in Rücksicht auf die Elastizität der Rohranschlüsse und die Kurzschlußmomente.

Die seit 20 Jahren auch in Deutschland gebauten und immer mehr Verbreitung findenden Ljungström-Turbinen stehen, auch mit ihren größten Einheiten, auf ihrem schmiedeeisernen Kondensator und zeichnen sich durch besondere Erschütterungsfreiheit im Fundament aus.

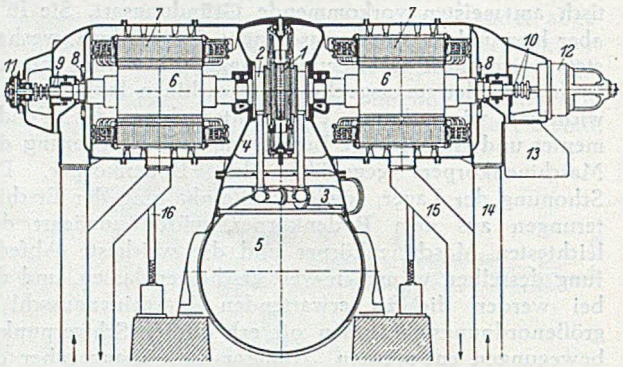


Abb. 23. Gesamtanordnung von Ljungström-Turbine, Stromerzeuger und Kondensator, 25 000 kW (M.A.N. Nürnberg).

1 = radiale Schaufelsysteme (m. Achsialrädern nur für große Leistungen)
2 = Dampfkammer
3 = Dampfeintritt
4 = Turbinengehäuse mit Abdampfstutzen
5 = Kondensator
6 = Stromerzeuger-Läufer
7 = Stromerzeuger-Ständer
8 = Lüfter
9 = Regler und Tachometerantrieb
10 = Schleifringe
11 = Blocklager
12 = Erregermaschine
13 = Ölbehälter
14 = Luftzuführung
15 = Luftabführung
16 = Federnde Stützen

Wenn eine Ljungström-Turbine als Gegendruckmaschine, also ohne Kondensator zur Aufstellung kommt, sollte man sie nicht unmittelbar auf das Betonfundament, sondern unter Zwischenschaltung eines dem Kondensator etwa gleich elastischen Zwischengliedes aufstellen, um Lager und Fundament zu schonen. Die starken Turbokompressorläufer der neuesten Düsenantriebe für Flugzeuge schweben sogar buchstäblich in der Luft.

Stahlfundamente.

Aus solchen Betrachtungen heraus hat man in Amerika und in Deutschland begonnen, die Fundierung von Turbosätzen von der im Keller liegenden Sohlplatte aus durchweg in Stahl auszuführen. Die ersten Ausführungen haben gezeigt, daß diese Gründungsweise eine ganze Reihe Vorteile in sich schließt, die nicht alle auf dem schwingungstechnischen Gebiet liegen. Diese in Zukunft „Stahlfundament" genannte Bauweise besteht aus einer hinsichtlich ihrer Eigenschwingungszahl sehr steifen, Vollwandbrücken ähnlichen Tischplatte, deren Oberkante in Höhe des Maschinenhausflures liegt. Die Abstützung derselben auf die im Keller liegende Sohlplatte erfolgt durch beiderseits eingespannte, schlanke Stahlstützen, deren Elastizität auch in senkrechter Richtung eine niedrige, weit unterhalb der Umlaufzahl der Turbine liegende, Eigenschwingung der Tischplatte ermöglicht.

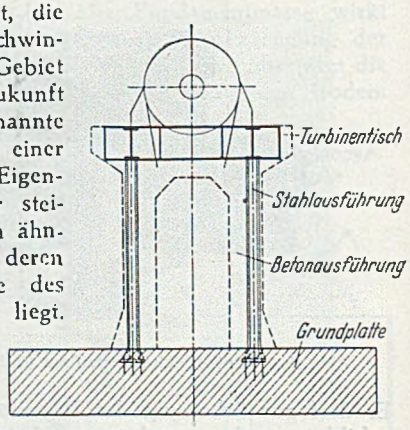


Abb. 24. Stahlfundament mit angedeutetem Betonfundament.

Stahlfundamente hat in Deutschland auf Vorschlag und in Zusammenarbeit mit der Firma Dr.-Ing. Hans Heymann (hier war Dipl.-Ing. L. Preißmann maßgeblich an der Entwicklung beteiligt) die M. A. N. ab 1935 in einer Reihe von Ausführungen gebaut und der betriebsseitigen Erprobung übergeben.

Weitestgehenden Anteil an der Einführung der Stahlfundamente hat Herr Dr. Marguerre, dessen Weit-

blick die Entwicklung der Turbinengründung auf Stahl überhaupt zu danken ist. Bekannt sind in weitesten Kreisen besonders die vier Fundamente für 20 000 kW-Kondensationsturbinen im Großkraftwerk Mannheim durch die im Juli 1937 veröffentlichten Schwingungsmessungen, Marguerre [8].

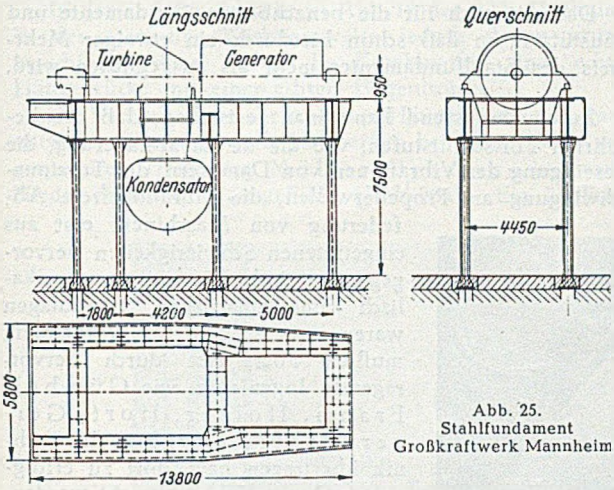


Abb. 25. Stahlfundament Großkraftwerk Mannheim.

Daten eines Mannheimer Aggregates mit Stahlfundament:

Gewicht der umlaufenden Teile	27,8 t
Gesamtgewicht des Maschinensatzes	191 t
Gesamtgewicht des Stahlfundamentes	120 t
Anteiliges Gewicht der Sohlplatte (2 Maschinen stehen gemeinsam mit dem Gebäude auf einem armierten Senkkasten von 20×22 m² und 0,7 m Stärke. Der Kasten ist bis 3 m Tiefe mit Magerbeton ausgegossen) ca.	1000 t
Höhe der Maschinenachse über Sohlplatte	9 m
Eigenschwingung d. Fundamenttischplatte über	3600/Min.
Senkrechte Kopplungsschwingungszahl	3450/Min.
Drehzahl der Maschine	3000/Min.
Wellenkritische Drehzahl	1920/Min.
	1850/Min.
	1750/Min.
Senkrechte Abstützschwingungszahl der Tischplatte	1550/Min.
Waagrechte Abstützschwingung	100—200/Min.

Der Bau weiterer Stahlfundamente ist im Kriege durch die bürokratische Handhabung der Stahlkontingentierung, welche pflichtgemäß überall Stahlbeton forderte, nur unterbrochen worden. Heute lassen sich an Hand vertiefter Erfahrungen die Vorteile der Stahlfundamente klar übersehen; weitere zu erwartende Ausführungen werden das Interesse der Fachkreise wach halten.

Bei den bisherigen Ausführungen hat das Stahlfundament folgende Vorteile verschiedenster Art erkennen lassen:

a) Exakte Vorausberechnungen und zweckmäßige Abstimmungen der Eigenschwingungen jedes Fundamentteiles zugunsten einer weichen Bettung des Turboaggregates.

b) Keine Abwanderung von Maschinenerschütterungen in den Erdboden.

c) Fast vollständiges Freiwerden des Kellerraumes unter Turbosatz für Kondensator, Kühler, sonstige Hilfsaggregate.

d) Handwerklich einheitliche Zusammenfassung und Aufstellung des Turbosatzes von Grundplatte aus. Keine Schmierölgefährdung der Betonfestigkeit.

e) Kürzeste Montagezeit und Vermeidung außerordentlich peinlich durchzuführender Betonarbeiten.

f) Bergsenkungen oder sonstige Verschiebungen der Grundplatte können durch Nachrichten der Turbotischstützen ohne Schweißarbeit ausgeglichen werden.

g) Etwa störende Schwingungserscheinungen können am Stahlfundamenttisch durch Verstimmen, Aufschweißen von Verstärkungen oder von Zusatzmassen, nachträglich einwandfrei behandelt werden.

h) Bei Erweiterungen oder Auswechslungen keine Störungen des laufenden Betriebes durch Stemm- und Betonarbeiten.

i) Bedeutend höherer Wiederverwendungswert eines auf Stahlfundament fundierten Turbosatzes und darum größere Freiheit des Entschlusses bei Neubauten oder bei Auswechslungen.

j) In Anbetracht des unter der Tischplatte frei gewordenen Aufstellungsraumes und der Möglichkeit, in der nun vibrationsgeschützten Fundamentplatte Ersparnisse eintreten zu lassen, ist sogar schon baukostenmäßig von dem Stahlfundament eine Verbilligung zu erwarten.

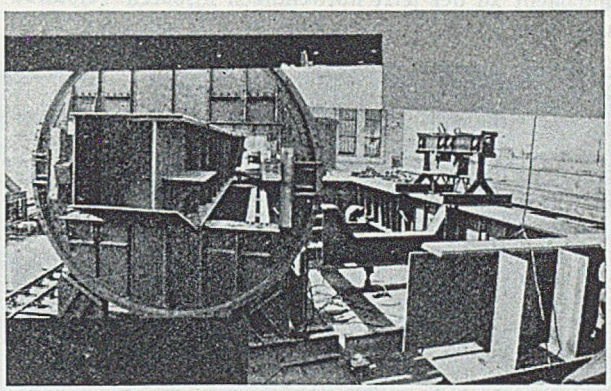


Abb. 26. Stahlfundament. Tischplatte im Zusammenbau, Längsriegel in der Schweißtrommel.

Es ist eine irrtümliche Auffassung, daß Stahlfundamente infolge einer geringeren Dämpfung besonders empfindlich gegen Synchronismus seien. Es handelt sich bei dieser Art von Dämpfung um eine innere Materialdämpfung (Dämpfungswiderstand), die erst dann in Erscheinung tritt, wenn das Gefüge des verwendeten Baustoffes beginnt, Arbeit aufzunehmen. Derartig hohen spezifischen Beanspruchungen ist aber weder der Stahlbeton noch der Baustahl in den in Frage kommenden Fällen unterworfen.

Im Gegensatz zu der Stahlbetonbauweise bringt die unvermeidliche Temperatureinwirkung des Betriebes keine besondere Unsicherheit in die vorausberechneten Eigenschwingungen. Sie wirkt sich nur in einer Verspannung der statisch unbestimmten, aber sehr elastischen Tischplatten-Abstützung aus. Von amerikanischen Stahlfundamenten her ist bekannt, daß man zur Fernhaltung von Temperatureinflüssen Ummantelungen mit Beton vorgenommen hat. Dies ist jedoch bei den bisherigen Ausführungen der M. A. N. noch nicht notwendig geworden.

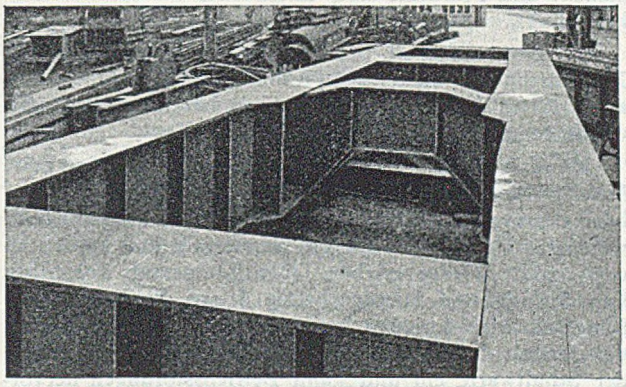


Abb. 27. Stahlfundament. Tischplatte im Zusammenbau.

Die genaue Vermessung der Mannheimer Stahlfundamente hat die beabsichtigte Abschirmung der Sohlplatte von Maschinenvibrationen im vollen Umfang bestätigt, so daß irgendeine, auch nur mit Feinmeßgeräten feststellbare Rückwirkung auf den Boden entfällt.

Der erste Eindruck von einem neuen Kraftwerk ist oft der, daß man bei der Planung der Turbinenhalle zu ver-

schwenderisch mit dem Platz umgegangen sei. Ein Gang in den Turbinenkeller mit seinen voluminösen Apparaten und Rohrleitungen zwischen einem Wald von sperrigen Betonsäulen belehrt aber darüber, daß hier unten der Grund für die scheinbare Überdimensionierung zu suchen ist. Das Stahlfundament mit seinen schlanken Stützen gestattet eine viel bessere Ausnützung des Maschinenkellers, was auch letzten Endes in einer Verkleinerung des gesamten Turbinenhauses ersparend zum Ausdruck kommen kann.

Es macht keine Schwierigkeiten, von dem bisher geübten Vergießen von Maschine und Lager auf dem Betonfundament zu der jetzt notwendigen lösbaren Verschraubung unter Zwischenlegung von etwa 60 mm starken Paßstücken überzugehen. Aufbau und Ausrichtung von Fundament und Maschine sind einheitliche Schlosserarbeiten geworden.

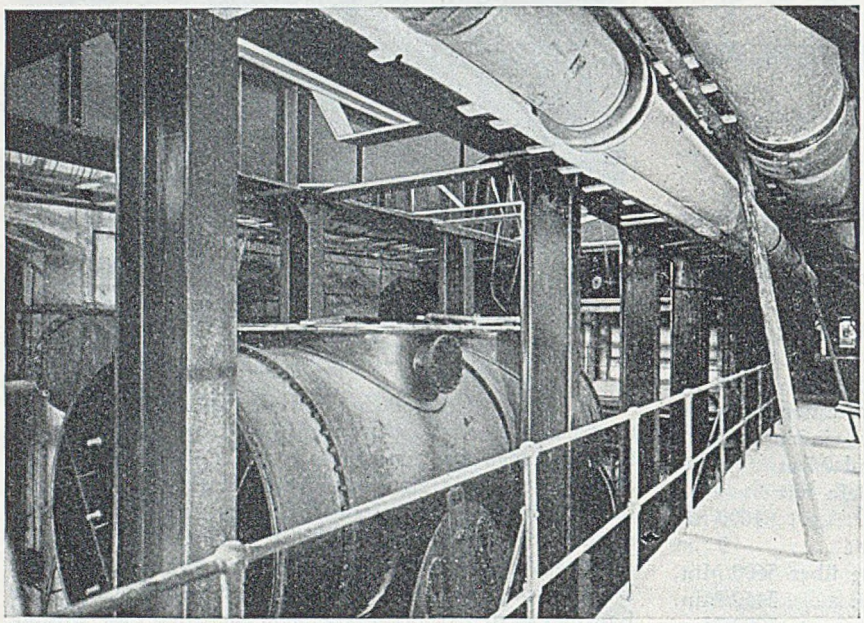


Abb. 28. Stahlfundament in der Montage (Im Hintergrund die beiden Stützpfeiler eines Stahlbetonfundaments). (Abb. 24 bis 28: M.A.N. Gustavsburg.)

Die Notwendigkeit, bei eingetretener Bergsenkung die Turbotischplatte wieder auf Fluchtung der Maschinenachse auszurichten, hatte sich im Saargebiet bereits ergeben und wurde innerhalb einer Woche durchgeführt.

Mancher Betriebsführer hat die Zeiten, in der eine neue Maschine in seinem Kraftwerk zur Aufstellung kommen oder gar eine veraltete gegen eine moderne ausgewechselt werden sollte, in schlechtester Erinnerung und möchte so etwas nicht wieder erleben. Der Betonstaub vor allem von Stemm- und Sprengarbeiten dringt durch die sorgfältigsten Abdeckungen, legt sich auf die Steuerorgane, verschmutzt das Öl, dringt in Stopfbüchsen, in die Organe der Schaltwarte ein und kann Betriebsstörungen hervorrufen. Aufstellung und Auswechslung eines Stahlfundamentes geschieht in kürzester Zeit und bringt keine derartigen Belästigungen.

Gerade in der jetzigen Zeit, da man die Entwicklung der nächsten Jahre nicht genau voraussieht, wird der Entschluß, eine zunächst richtig dimensionierte Turbomaschine aufzustellen, erleichtert durch die Überlegung, daß bei Verwendung eines Stahlfundamentes zu gegebener Zeit eine solche Maschine vorteilhafter und mit viel weniger Unkosten durch eine andere ersetzt werden kann.

Als trauriger Beleg dafür sei erwähnt, daß bei der jüngst verfügten Demontage einer Turbine aus dem Großkraftwerk Mannheim das Stahlfundament selbstverständlich mitgenommen wurde und nun durch die Erbauerin an Ort und Stelle wieder aufgestellt werden soll.

Der unter dem Turbotisch frei gewordene Aufstellungsraum ermöglicht, die Abmessung des Turbinenhauses insgesamt etwas kleiner zu wählen. Auch werden Ersparnisse dadurch erzielt, daß die durch die weiche Bettung vibrationsfrei gewordene Fundamentplatte mit geringeren Zuschlägen dimensioniert werden kann.

Das gilt auch für die benachbarten Fundamente und Baustützen, so daß schon hierdurch ein etwaiger Mehrpreis des Stahlfundamentes mehr als ausgeglichen wird.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß die berührten Fortschrittstufen, wie die de Laval-Lagerung, die Beseitigung der Vibrationen von Dampfern, der Torsionsschwingung an Propellerwellen, die vibrationsfreie Abfederung von Maschinen, erst aus eingetretenen Schwierigkeiten hervorgegangen sind. Die nötigen physikalisch - mathematischen Grundlagen waren zwar schon lange vorhanden, mußten aber erst durch hervorragende Ingenieure, wie Gümbel, Frahm, Holzer, Hort, Geiger, Lehr, Rausch in die Technik übertragen bzw. dort zu erfolgreicher Anwendung gebracht werden.

Die eingangs erwähnten so selbstverständlich klingenden Grundsätze konnten dabei nicht mehr befolgt werden, denn mit der überkritischen Arbeitsweise läßt man den Maschinenkräften einen freieren Lauf, man läßt die Maschinensysteme sich mehr um ihre Schwerpunkte bewegen, was ja bei dem de Laval-Rad in fast vollkommener Weise erreicht worden ist.

Mit der Wiederaufnahme des Baues von Stahlfundamenten für Turbomaschinen und damit wachsender Vertrautheit mit dem Schwingungsverhalten dieser neuartig beanspruchten Stahlkonstruktionen wird man es vielleicht auch bald wagen, analog de Laval die Abstimmung des jetzt noch „starren" Turbinentisches weit unterhalb der Turboumlaufzahlen zu legen und damit, nötigenfalls unter Einführung von Resonanzdämpfungsgliedern, den letzten Schritt in dieser Entwicklung zu tun. Das kann aber nicht allein durch theoretische Überlegungen geschaffen werden, sondern muß mit dem frischen Mut der Hersteller und Verbraucher gewagt werden.

Literaturverzeichnis.

1. G. Ehlers: Beton und Eisen 40 (1941) S. 197.
2. A. Föppl: Vorlesung über technische Mechanik, Band IV, 4. Aufl., Leipzig 1914.
3. J. Geiger: Z. VDI. 66 (1922) S. 667.
4. E. Lehr: Schwingungstechnik, Bd. 1, Berlin 1930.
5. H. Lorenz: Dynamik des Kurbelgetriebes unter besonderer Berücksichtigung der Schiffsmaschinen, Leipzig 1905.
6. F. Hagenmeller: Der heutige Stand des Baues von Gaskraftmaschinen, Jahrbuch der Brennkrafttechn. Ges. 21/22 Bd., Jg. 1940/41.
7. H. Hartz: Schwingungstechnische Gestaltung von Maschinengründungen, Genest, Berlin 1937.
8. F. Marguerre: Schwingungsmessungen am Stahlfundament eines 20 000 kW-Turbosatzes im Großkraftwerk Mannheim, Elektrizitätswirtschaft (1937) S. 489.
9. E. Rausch: Maschinenfundamente und andere Dynamische Bauaufgaben, 2. Aufl., Berlin 1943.
10. H. Roelig: Dynamische Bewertung der Dämpfung und Dauerfestigkeit von Vulkanisaten, Z. Kautschuk 15 (1939) S. 7.
11. H. Sauer: Messung und Rechnung der Fundamentschwingungen, Diss. T. H. Darmstadt 1916.
12. O. Schlick: Über die Mittel zur Beseitigung der Vibrationen von Dampfern, Hamburg 1894 und Aufsätze Z. VDI. 38 (1894) S. 1091 und 49 (1905) S. 1502.
13. A. Thum u. K. Oeser: Gummifederungen für ortsfeste Maschinen, Mitt. der Mat. Prüfungsanstalt der T. H. Darmstadt, Berlin 1935.
14. H. Thoma: Untersuchungen an Maschinenanlagen Luftschiff „Graf Zeppelin", Z. VDI. 78 (1928) S. 1383.
15. E. Wiechert: Theorie der automatischen Seismographen, Berlin 1903.

Hängebrücken für schwerste Verkehrslasten.

Von Dr.-Ing. e. h. Dr.-Ing. e. h. Dr.-Ing. Fr. Dischinger, o. Professor an der Technischen Universität Berlin.

(Fortsetzung und Schluß.)

4. Das vierte Brückensystem (Abb. 19).

In der äußeren Ansicht ist Abb. 19 der Abb. 18 ähnlich, in der statischen Wirkungsweise jedoch davon grundverschieden, denn sie ist die Kombination einer echten Hängebrücke mit einer echten Bogenbrücke.

Die Vereinigung einer unechten Hängebrücke mit einem unechten Bogentragwerk ist bereits bei dem 180 m weit gespannten Hängesteg Müller-Breslaus in Berlin-Niederschöneweide ausgeführt (Abb. 20a). Ein ähnliches

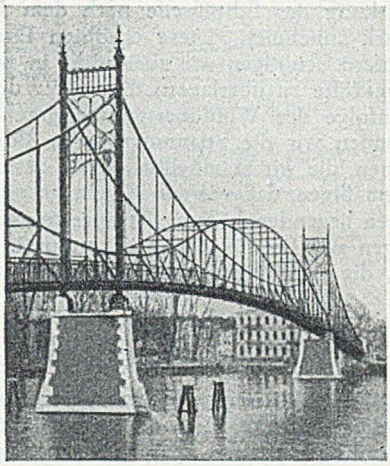


Abb. 20 a.

Tragwerk hat Prof. G. G. Kriwoshein 1927 anläßlich des Wettbewerbs für die George-Washington-Brücke vorgeschlagen, vgl. Abb. 20b.

Architektonisch ist das Überschneiden von Bogen und Hängegurt unbefriedigend, insbesondere wenn man berücksichtigt, daß die hoch über der Fahrbahn liegenden Druckgurte des Bogens aus Stabilitätsgründen durch starke Verbände gesichert werden müssen.

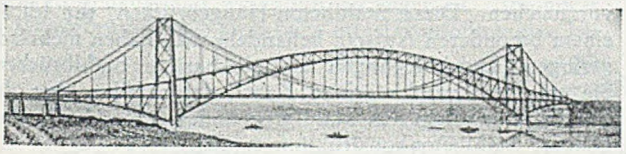


Abb. 20 b.

Bei dem Brückensystem Abb. 19 dagegen liegt der Bogen unterhalb der Fahrbahn, er ist so flach, daß man ihn als Balken mit veränderlichem Trägheitsmoment ansehen könnte. Bei einer Spannweite von $l = 1230$ m besitzt er nur eine Pfeilhöhe von $f = 70$ m ($l/f = 17{,}6$) und den enormen Krümmungsradius $R = \frac{1230^2}{8 \cdot 70} = 2700$ m. R ist also etwa 2,5mal größer als der Krümmungsradius des Hauptkabels. Bei diesem Radius ist der Bogen noch nicht einmal in der Lage, sein Eigengewicht zu tragen, und ohne genaueres Eindringen in die statische Wirkungsweise erscheint die Frage berechtigt, ob diese Konstruktion brauchbar und zweckmäßig ist. Man erkennt jedoch, daß dieses System besonders für Eisenbahnbrücken geringerer Spannweite außerordentlich geeignet ist und daß es die Möglichkeit gibt, derartige Brücken mit sehr geringen Durchbiegungen herzustellen.

Zunächst sei festgestellt, daß der Bogen nicht die Aufgabe hat, sein Eigengewicht selbst zu tragen, denn er wird wie ein gewöhnlicher Versteifungsträger mit Hilfe des Hauptkabels montiert, das die gesamten Eigengewichtslasten übernimmt. Die Lasten werden vom Hauptkabel auf die Schrägkabel übergeleitet, sobald es der Montagevorgang gestattet. Ein Gewölbeschub entsteht in dem Bogen erst nach Vorspannen der Nebenkabel. Diese Druckkräfte sind notwendig, weil durch die Windkräfte an den Kämpfern des Bogens Biegungsmomente entstehen, die Druck- und Zugkräfte auslösen, und die durch die oben erwähnten Druckkräfte überlagert werden müssen, um die Einspannung des Bogens gegenüber den Windkräften zu gewährleisten. Die bei Eigengewicht vorhandenen Gewölbeschübe werden durch die Temperaturwirkungen beeinflußt. Je nachdem, ob der Bogen bei höchsten oder bei niedrigsten Temperaturen geschlossen wird, entstehen in ihm zusätzliche Zug- oder Druckkräfte. Durch den Zeitpunkt des Schließens des Bogens kann man die Gewölbekräfte in günstigem Sinne beeinflussen, worauf wir noch zu sprechen kommen.

Wir wollen uns nun mit der Verteilung der Verkehrslasten auf Kabel und Bogen beschäftigen. Die Biegungsmomente werden selbstverständlich ausschließlich von dem biegungssteifen Bogen übernommen, die Schnittkräfte dagegen verteilen sich auf Kabel und Bogen entsprechend ihren Steifigkeiten. Beim Bogen hängen die Steifigkeiten von dem Elastizitätsmodul E_B, dem Bogenquerschnitt F_B und dem Krümmungsradius R_B des Bogens ab. Die Steifigkeit des Kabels ist eine Funktion des Moduls E_S des Kabels, des Querschnittes F_S, des Krümmungsradius R_S und des Verhältnisses der Spannweite l_S zu der statischen Kabellänge $l_p = \int S^2\, ds$, wobei wir den einfachen Fall zugrunde legen, daß nur ein Hauptkabel vorhanden ist. Außerdem lassen wir zunächst die Verformungstheorie außer acht.

Aus der Bedingung gleicher Verschiebungen von Bogen und Kabel in lotrechter Richtung ergibt sich unter diesen Voraussetzungen für eine durchgehende Last p in der Hauptöffnung der vom Bogen getragene Anteil bei Annahme von parabelförmigem Bogen und Kabel angenähert zu (Abb. 21)

$$p_B = p \frac{1}{1 + \frac{R_S^2}{R_B^2} \frac{E_S}{E_B} \frac{F_S}{F_B} \frac{l_S}{l_B}}; \qquad p_S = p - p_B \quad (7)$$

Die Gl. (7) gilt nur bei einem Hauptkabel und bei Vernachlässigung der Verformungen. Aus den Lastanteilen p_S und p_B ergeben sich die Züge des Kabels $H_{gS} = p_S R_S$ und der Bogenschub $H_{gB} = p_B R_B$. Bei der Verformungsrechnung ist zu beachten, daß die Biegungsmomente durch $H_{gS}\, \nu(x)$ entlastet, durch $H_{gB}\, \nu(x)$ dagegen vergrößert werden.

Bei dem flachen Bogen ist dessen Steifigkeit im allgemeinen geringer als die des Kabels. Im vorliegenden Fall werden etwa ein Drittel der Verkehrslasten vom

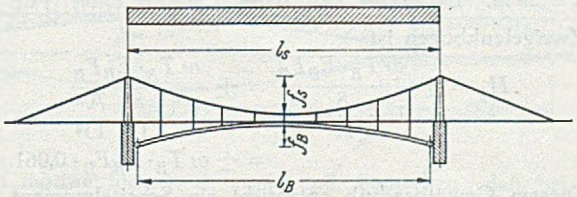


Abb. 21.

Bogen (im allgemeinen zwischen 0,20 und 0,50) und zwei Drittel vom Kabe getragen. Die Cl. (7) gilt auch für Strecken- oder Einzellast.

Dadurch, daß das Kabel nur zwei Drittel der Last p zu tragen hat, vermindern sich im gleichen Maße auch die Durchbiegungen. Wir ersehen daraus, daß die Hänge-

brücke mit einem Bogen als Versteifungsträger wesentlich geringere Durchbiegungen aufweist als eine übliche Hängebrücke mit Versteifungsbalken.

Besonders interessant ist das Verhalten dieses Systems bei Temperaturwirkungen. Da Bogen und Kabel hierbei entgegengesetzte Formänderungen aufweisen und beide Systeme infolge der Koppelung gegeneinander arbeiten, ist eine derartige Brücke beinahe frei und in Sonderfällen sogar absolut frei von Temperaturdurchbiegungen.

Bei Temperaturerhöhung wird von dem parabelförmigen Kabel auf den ebenfalls parabelförmigen Bogen ein gleichmäßiger Druck p_T ausgeübt, durch den die Formänderungen der beiden Tragsysteme in Übereinstimmung gebracht werden. Bei Temperaturabfall ist p_T eine Zugkraft:

$$p_T \approx \frac{\omega T_B}{R_B} E_B F_B \frac{1 + \frac{T_S}{T}\frac{R_S}{R_B}\beta}{1 + \frac{R_S^2}{R_B^2}\frac{E_B F_B}{E_S F_S}\beta} = \frac{\omega T_B}{R_B}\lambda. \qquad (7a)$$

Hierbei ist $\beta = \frac{l_p}{l_S} \approx \frac{l_T}{l_S}$; $l_p = \int S^2 ds$, $l_T = \int S ds$.

l_p ist die wirksame Länge des Kabels für Belastungen und l_T die wirksame Länge bei Temperatureinflüssen. Beide unterscheiden sich bei den üblichen Verhältnissen von $l/f \geqq 8$ nur um wenige Prozente. Der Faktor β hat ungefähr die Größe 1,8 bis 2,0, bzw. es ist $l_p = 1{,}8\, l_S$ bis $2{,}0\, l_S$.

In deutschen Vorschriften ist für die Temperaturänderung des Bogens $T_B = \pm 25°$ und diejenige des Kabels $T_S = \pm 35°$ festgelegt. Insbesondere dieser letzte Wert erscheint mir für weitgespannte Brücken mit den starken Kabelquerschnitten zu groß zu sein. In Amerika mit seinen starken Temperaturwechseln wird nur mit $T_S = 25°$ bis $30°$ gerechnet.

Mit $\lambda = 1$ wird $\frac{E_B F_B}{E_S F_S} = \frac{T_S}{T_B}\frac{R_B}{R_S}$ und $p_T = \omega \frac{T_B}{R_B} E_B F_B$.

Damit ergibt sich der Gewölbeschub zu $H_{BT} = p_T R_B = \omega T_B \cdot E_B F_B$ und die Spannung im Bogen zu

$$\sigma_{BT} = \omega T_B E_B. \qquad (7b)$$

Die Kabelkraft beträgt $H_{ST} = p_T R_S = \omega T_B \cdot E_B F_B \cdot R_S = \omega T_S E_S F_S$ und die Spannung ist

$$\sigma_{ST} = \omega T_S E_S. \qquad (7c)$$

Der Fall $\lambda = 1$ kennzeichnet das Verhältnis $\frac{E_B F_B}{E_S F_S}$ der Dehnungssteifigkeiten, bei dem sich die Temperaturbewegungen von Kabel und Bogen gegenseitig aufheben. Die dabei auftretenden Zwängungsspannungen sind durch Gl. (7b) und (7c) gegeben. Mit diesen Spannungen bei behinderten Temperaturbewegungen wollen wir die Spannungen eines freien Bogens vergleichen. Hierbei legen wir die Abmessungen von Abb. 19 zugrunde, $l_B = 1230$ m, $f_B = 70$ m, und rechnen mit einem gemittelten Hebelarm $z = 26$ m. Es ergibt sich dann $i = \frac{z}{2} = 13$ m. Für den Zweigelenkbogen ist

$$H_T = \pm \frac{\omega T_B \cdot E_B F_B}{1 + \frac{8}{15}\frac{f^2}{i^2}} = \pm \frac{\omega T_B \cdot E_B F_B}{1 + \frac{8}{15}\frac{70^2}{13^2}}$$
$$= \pm \omega T_B \cdot E_B F_B \cdot 0{,}061.$$

Diesem Gewölbeschub entspricht ein Scheitelmoment von

$$M_T = H_T f = \pm \omega T \cdot E_B F_B \cdot 4{,}27; \quad \frac{M_T}{z} = \frac{4{,}27}{26} = 0\,1645.$$

Hieraus folgt die Kraft in einer Gurtung:

$$N_T = \pm\left(\frac{H_T}{2} + \frac{M_T}{z}\right) = \pm \omega T \cdot E_B F_B \left(\frac{0{,}061}{2} + 0{,}1645\right)$$
$$= \pm \omega T \cdot E_B F_B \cdot 0{,}168,$$

welcher eine Spannung von

$$\sigma_T = \frac{N_T}{\frac{1}{2} F_B} = + \omega T_B E_B \cdot 0{,}336$$

zugeordnet ist. Mit $T_B = \pm 20°$ ist die Spannung

$$\sigma_T = 20 \cdot 10^{-5} \cdot 21 \cdot 10^6 \cdot 0{,}336 = 1420 \text{ t/m}^2 = 142 \text{ kg/cm}^2,$$

während wir bei vollständiger Vernichtung der Temperaturdurchbiegungen eine Spannung von

$$\sigma_T = 20 \cdot 10^{-5} \cdot 21 \cdot 10^6 = 4200 \text{ t/m}^2 = 420 \text{ kg/cm}^2$$

benötigen. Dieser Wert geht bei Anwendung der Verformungstheorie noch zurück.

Bei Verkehrsbelastung der Brücke ergeben sich auf der gesamten Länge des Bogens Druckkräfte, die aber infolge der Einwirkung der Schrägseile nach dem Kämpfer gestaffelt stark zunehmen. Diese erhöhten Druckkräfte an den Kämpfern benötigen wir aber nicht in vollem Maße, um die Zugkräfte zu überlagern, die sich aus dem Biegungsmoment infolge der Windübertragung ergeben. Infolgedessen können wir die Spannungen des Bogens in den Scheitelzonen, die wir ja möglichst leicht gestalten wollen, dadurch ermäßigen, daß wir den Bogen bei einer über den Mittelwerten liegenden höheren Temperatur schließen. Damit erzeugen wir für die Mitteltemperatur in dem Bogen Zugkräfte, die den Druckkräften aus Verkehr entgegenwirken.

5. *Der Vergleich der verschiedenen Brückensysteme.*

Entsprechend den obigen Darlegungen sind die beiden letzten Systeme (Abb. 17 bis 19) am meisten geeignet. Bei Brücken sehr großer Spannweite kommt vor allem Abb. 18 in Frage. Die Kombination von Bogen und Hängegurt erscheint bei Spannweiten von 300 m bis etwa 1300 m zweckmäßig, weil der Schub aus Verkehrslast bei den kleineren Spannweiten im Verhältnis zu dem aus Eigengewicht stärker anwächst und es deshalb erwünscht ist, die verhältnismäßig größeren Durchbiegungen durch besondere Mittel weiter einzuschränken.

Bei Spannweiten unter 300 m sind bei Eisenbahnverkehr die Stahlbeton-Hängebrücken den Brücken aus Stahl m. E. sowohl in wirtschaftlicher wie auch in statischer Hinsicht vorzuziehen. Diese Stahlbeton-Hängebrücken, die ich in einem besonderen Aufsatz behandeln will, haben mehrfach geringere Durchbiegungen als gleichartige Stahlbrücken. Sie erfordern wohl stärkere Kabel, dafür fallen aber die Versteifungsbalken aus Stahl weg und werden durch eine billigere Stahlbetonkonstruktion ersetzt.

Bei sehr großen Spannweiten kommt vor allem das Brückensystem 3a (Abb. 18) in Frage, es lassen sich damit auch bei schwersten Verkehrslasten alle Aufgaben lösen. Es hat ebenso wie die Systeme 2 und 4 den großen Vorteil, daß der Versteifungsbalken nur in der Hauptöffnung benötigt wird. Aber auch in dem Fall, daß die zu überbrückende Bucht etwa 3000 m breit ist und die Pylonenpfeiler zwecks Verminderung der Spannweite der Hauptöffnung im Wasser gegründet werden müssen, so daß auch Seitenöffnungen größerer Spannweite benötigt werden, kann das System vorteilhaft angewendet werden. In Abb. 22 ist ein derartiger Entwurf mit einer Hauptöffnung von 2000 m für die gleichen Verkehrslasten $p = 32$ t/m gezeigt. Die Seitenöffnungen haben eine Weite von je 525 m und sind durch Zwischenpfeiler, die nur unwesentlich Lasten zu übernehmen haben, unterteilt. Diese Nebenpfeiler werden nur benötigt, um den dort verankerten Schrägseilen einen starren Verankerungspunkt zu schaffen. Außerdem werden an ihnen auch die lotrechten Seile verankert, die den ideellen Modul E_{Si} der Kabel der Nebenöffnungen zu erhöhen haben. Im übrigen stimmt dieses Projekt mit Abb. 18 überein, so daß sich weitere Erläuterungen erübrigen.

Man könnte auch daran denken, die beiderseits der Pylonen angeordneten Kragträger miteinander zu einem durchlaufenden Träger zu verbinden. Damit würden sich aber in statischer Hinsicht nur Nachteile ergeben, weil der durchlaufende Träger infolge seiner großen Konstruktionshöhe zu starr würde und deshalb sehr große Stützmomente ausgelöst werden würden. Nun haben die Gewölbekräfte und die Biegungsmomente aus Wind an dieser Stelle schon ihr Maximum, so daß es unvorteilhaft wäre, an den gleichen Punkten auch noch Stützmomente infolge der Verkehrslast hinzuzufügen. Es ist deshalb besser, Kragträger mit Gelenkanschluß zu verwenden, welche die geringfügige Winkeldrehung ermöglichen, die sich aus der Biegelinie ergibt. Diese Winkeldrehungen sind aber nicht diejenigen frei aufliegender Balken, sondern infolge der Einwirkung der zunächst den Pylonen angeordneten Schrägseile (3) diejenigen eines elastisch eingespannten Balkens. Man vgl. die Biegelinien Abb. 24 und 25.

Die Pylonen wurden bis jetzt bei den großen Hängebrücken ausschließlich aus Stahl hergestellt. Der Stahlbedarf hierfür ist im Verhältnis zu dem gesamten Stahlaufwand außerordentlich hoch. Es liegt deshalb nahe, bei einer Gründung der Pylonenpfeiler auf gutem Felsboden die Stahlpylonen durch Stahlbetonpylone zu ersetzen, deren Kostenaufwand wesentlich niedriger ist. Besonders bei Hängebrücken mit zwei oder drei Hauptöffnungen, bei denen durchlaufende Hauptkabel Verwendung finden, haben Stahlbetonpylone statische Vorteile. Sie gestatten es, die provisorischen Rollenlager der Hauptkabel gegenüber den Pylonen nach vollendeter Montage in feste Lager zu verwandeln mit dem Zweck, die Dehnungen des Hauptkabels auf die einzelnen Öffnungen zu beschränken und damit die Durchbiegungen wesentlich zu ermäßigen.

Bei über mehrere Öffnungen durchlaufenden Kabeln ist die starre Lagerung an den Pylonen gegenüber den Verkehrslasten von grundlegender Bedeutung, insbesondere, wenn es sich um Eisenbahnbrücken handelt.

Um die vorteilhafte Verwendung der Stahlbetonpylonen mit Festlegung der Sattellager für die Verkehrslasten zu zeigen, wurden für die Firth-of-Forth-Brücke (Abb. 10) zwei Projekte ausgearbeitet, die in Abb. 23 und 23a dargestellt sind und bei denen biegesteife Pylone verwendet wurden, um die Formänderungen des über zwei Hauptöffnungen laufenden Kabels zu vermindern. Diesen Entwürfen liegt die gleiche Verkehrslast von $p = 32$ t/m zugrunde. Bei Entwurf A ist eine zentrale Stahlbetonpylone vorgesehen, bei der das Sattellager 188 m über dem Wasserspiegel liegt. Der Versteifungsträger ist ein durchlaufender Balken mit z = 12 m Konstruktionshöhe. Die Pylonen an den Brückenenden sind als Stahlpendel ausgebildet, bei ihnen liegen die Sattellager 88 m tiefer als bei der Hauptpylone.

Bei Entwurf B sind drei Stahlbetonpylonen gleicher Höhe mit für Verkehr festgelegten Sattellagern angeordnet. Außerdem ist zwecks Herabsetzung der Durchbiegung der durchlaufende Versteifungsbalken durch Bogen entsprechend dem Brückensystem 4 ersetzt. Auf die Verwendung des Stahlbetons für die Pylonen von Hängebrücken größter Spannweiten will ich in der angekündigten Arbeit noch ausführlich zu sprechen kommen.

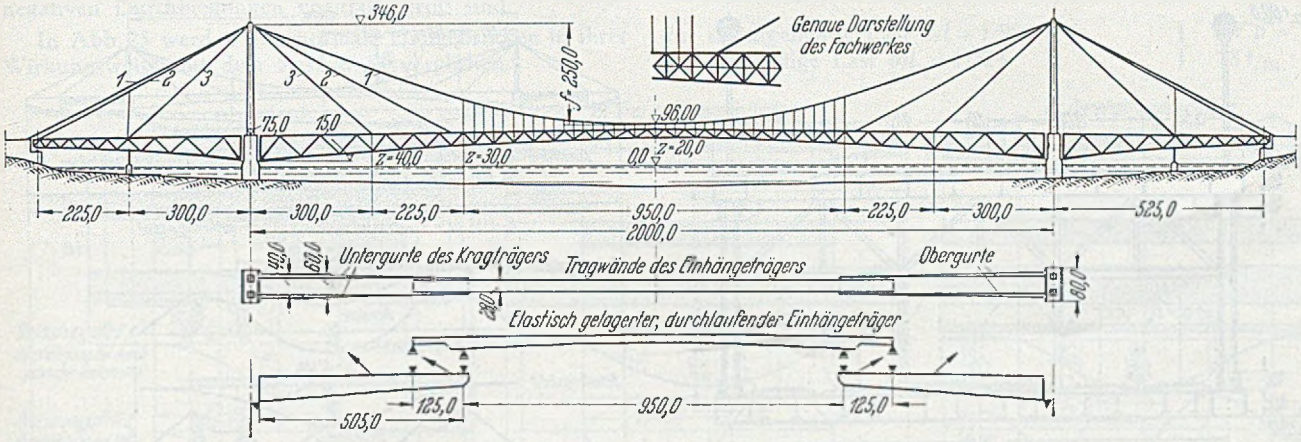


Abb. 22.

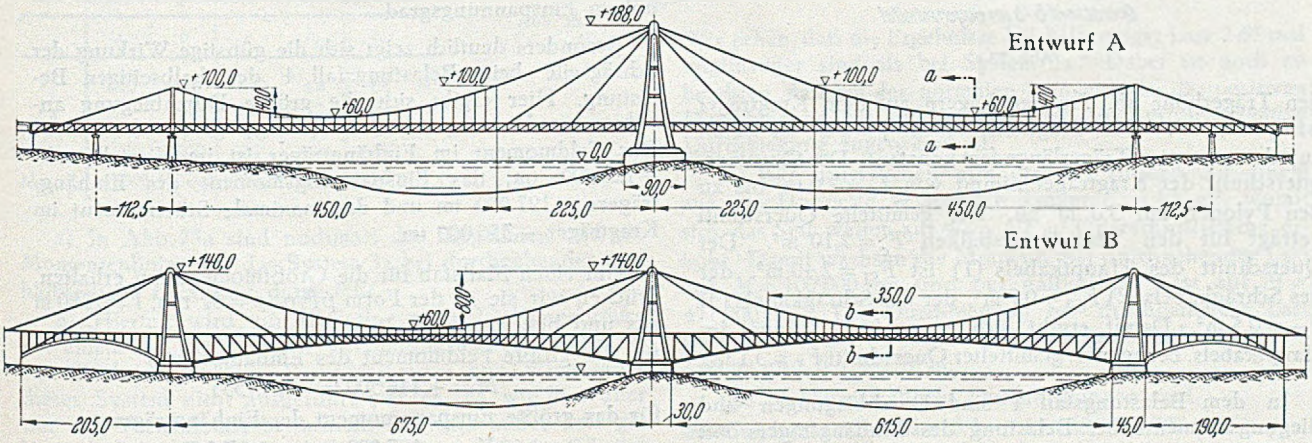


Abb. 23.

Ich möchte hier noch ergänzend bemerken, daß bei Hängebrücken mit nur einer Hauptöffnung im allgemeinen die Stahlbetonpylonen im Gegensatz zu den Abb. 23 und 23a in der Richtung der Kabel gelenkig auszubilden sind, und zwar entweder durch Anordnung eines Gelenkes am Fuß der Pylonen oder durch Einsetzen von Stahlpendeln in den Pylonenköpfen. Die Höhe der Stahlpendel muß so groß sein, daß die durch sie ausgeübten waagrechten Kräfte klein bleiben.

C. Auszug aus der Berechnung des Systems 3 und Vergleich mit einer Hängebrücke üblicher Bauart.

Nachstehend ist für das System 3a ein Auszug aus der statischen Berechnung gegeben und es werden die Ergebnisse mit denen für eine normale Hängebrücke verglichen. In Abb. 24 sind zunächst die Ergebnisse für System 3a zusammengestellt. Abb. 24 zeigt die Gurtungsquerschnitte für beide Tragwände. In Feldmitte beträgt dieser $F_e = 1{,}8$ m², er nimmt entsprechend der wachsen-

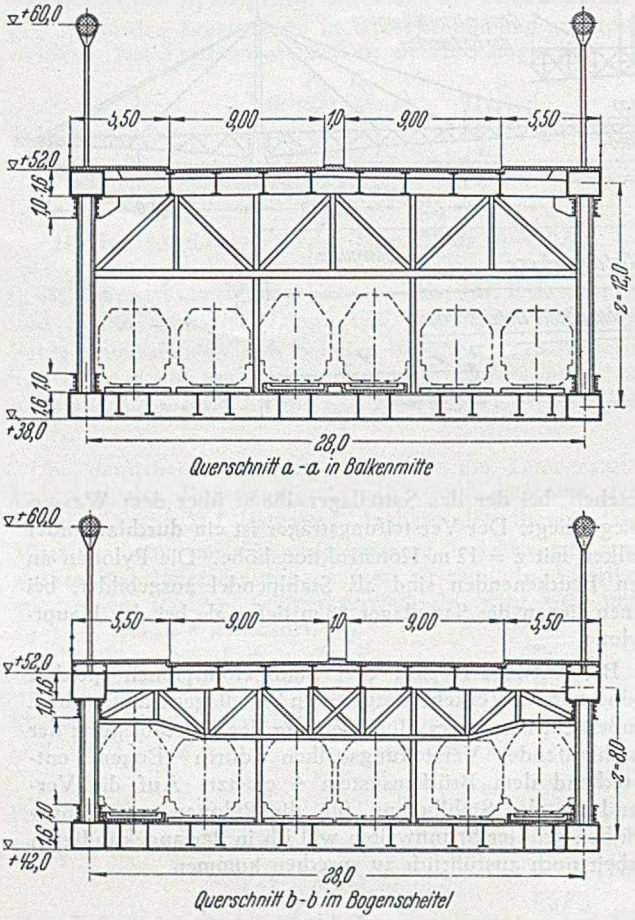


Abb. 23 a.

den Trägerhöhe ab. An den Lagern auf dem Kragträger ist $F_e = 1{,}0$ m². Das Trägheitsmoment $J = z^2 F_e$ ist damit auf der gesamten Trägerlänge fast konstant. Der Gurtungsquerschnitt der Kragträger nimmt von $F_e = 2{,}0$ m² bis zu den Pylonen auf 3,0 m² zu. Der gemittelte Querschnitt beträgt für den Versteifungsbalken $F_e = 2{,}10$ m². Der Querschnitt des Hauptkabels (1) ist $F_{S1} = 2{,}40$ m², der des Schrägkabels (2) $F_{S2} = 0{,}7$ m², der des Schrägkabels (3) $F_{S3} = 0{,}5$ m². Damit ergibt sich ein auf die Länge des Hauptkabels bezogener gemittelter Querschnitt $F_S = 3{,}1$ m².

In dem Belastungsfall 1 sind Durchbiegungen und Biegungsmomente bei Belastung des Einhängträgers mit $p = 32$ t/m dargestellt. Die größte Durchbiegung ergibt sich in Feldmitte zu $\delta_0 = 2{,}46$ m. Das Biegungsmoment in Feldmitte ist $M_0 = 146\,500$ tm und das Einspannmoment $M_1 = -185\,000$ tm, während das Größtmoment des Einhängträgers $M_2 = -260\,000$ tm beträgt.

Verlängert man die Belastung gemäß dem Belastungsfall 2 bis zur Verankerung des Schrägkabels (3), d. h. auf eine Länge von 900 m, so steigt die Durchbiegung auf $\delta_0 = 2{,}74$ m und die Biegungsmomente betragen $M_0 = +132\,000$ tm, $M_1 = -166\,500$ tm, $M_2 = -284\,000$ tm.

Bei Vollbelastung ergibt sich nach dem Belastungsfall 3 das Maximum der Durchbiegung $\delta_0 = 2{,}77$ m und die Momente sind $M_0 = +129\,500$ tm, $M_1 = -164\,000$ tm, $M_2 = -184\,500$ tm. Die Verminderung des Stützmomentes M_2 gegenüber dem Fall 2 ist eine Folge der stärkeren Belastung des Kabels (2) und der damit verbundenen Senkung am Punkte 2. Biegelinien und Momentenverlauf zeigen die günstige Wirkung der Schrägseile. Während bei der üblichen Hängebrücke mit eingespanntem Versteifungsbalken das größte Moment an den Pylonen auftritt, wird es bei den Systemen mit Schrägseilen weit gegen

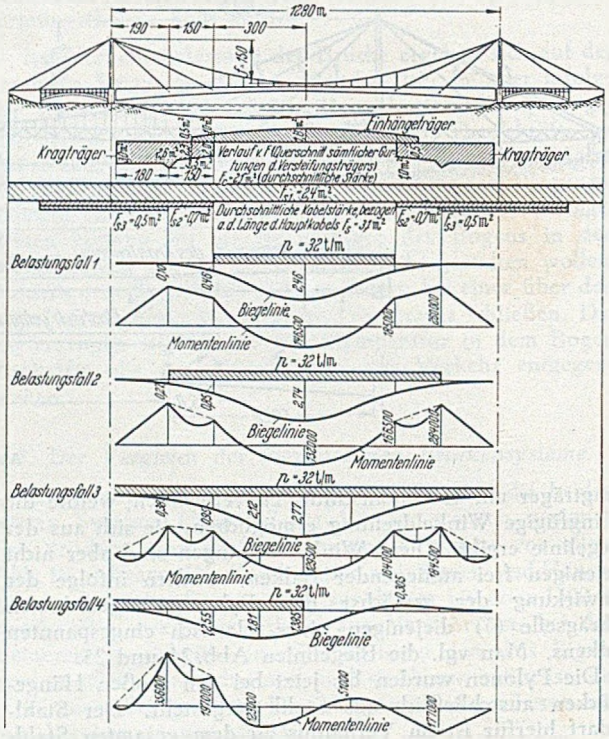


Abb. 24.

die Feldmitte vorgeschoben. Obwohl die Biegungsmomente an den Kämpfern zu Null werden, entsprechen die Biegelinien denen eines elastisch eingespannten Balkens mit hohem Einspannungsgrad.

Besonders deutlich zeigt sich die günstige Wirkung der Schrägseile beim Belastungsfall 4 der halbseitigen Belastung. Hier ergibt sich die größte Durchbiegung annähern l im Viertelspunkt des Einhängträgers zu $\delta = 1{,}81$ m Das Feldmoment im Einhängträger ist im Viertelspunkt +123 000 tm, das Einspannungsmoment des Einhängträgers —197 000 tm und das maximale Stützmoment im Kragträger —356 000 tm.

Um einen Maßstab für die Größtmomente zu erhalten, drücken wir sie in der Form pl^2/n ($p = 32$ t/m, $l = 1280$ m aus und bekommen

für das größte Feldmoment des Einhängträgers

$$M = +146\,500 \text{ tm} = pl^2/355,$$

für das größte Einspannmoment des Einhängträgers

$$M = -197\,000 \text{ tm} = -pl^2/265,$$

für das größte Stützmoment des Kragträgers

$$M = -356\,000 \text{ tm} = -pl^2/146.$$

Hieraus ist zu ersehen, daß die Momente gering sind. In gleicher Weise ermitteln wir die Durchbiegungen und erhalten für durchgehende Belastung $\delta/l = 2{,}77/1280 = 1/452$, für halbseitige Belastung, wenn wir diese Größe auf den Bereich der positiven Durchbiegung mit der Länge $l_1 = 840$ m beziehen, $\delta/l_1 = 1{,}81/840 = 1/464$. Diese Durchbiegungen beziehen sich auf die Verkehrslast $p = 32$ t/m. Maßgebend sind jedoch die Durchbiegungen, die sich aus

dem Eisenbahnverkehr mit zwei Vollbahngleisen und nur $p = 18$ t/m ergeben. Hierfür sind die Durchbiegungen

bei durchgehender Belastung $\delta/l = 1/805$,
bei halbseitiger Belastung $\delta/l_1 = 1/825$.

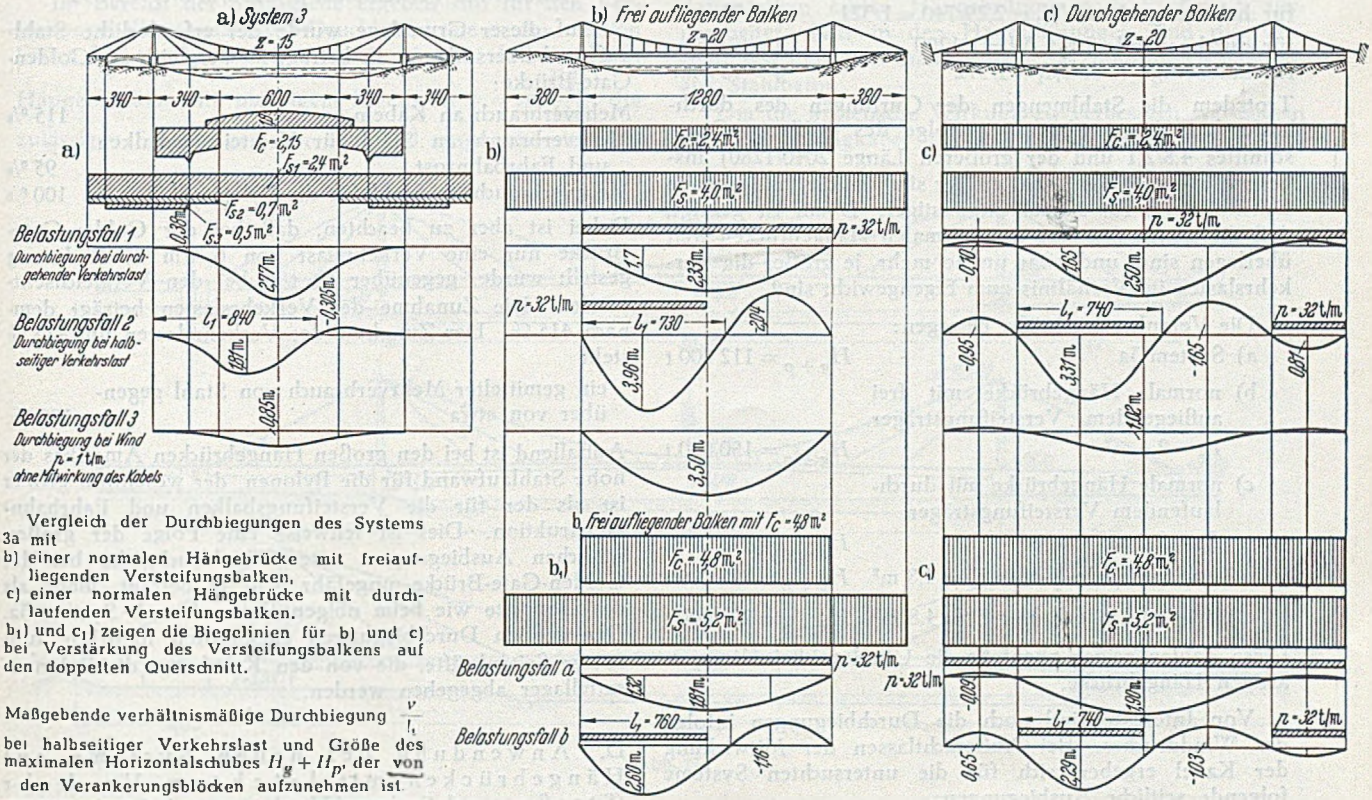
Während bei einer normalen Hängebrücke die Durchbiegungen bei halbseitiger Verkehrslast viel größer sind als bei durchgehender Last, sind sie in dem ersteren Fall bei den neuen Hängebrückensystemen sogar kleiner. Besonders günstig ist, daß den positiven Durchbiegungen nur geringe negative Durchbiegungen entsprechen, zum Unterschied von den üblichen Hängebrücken, bei denen die negativen Durchbiegungen ebenfalls groß sind.

In Abb. 25 werden nun normale Hängebrücken in ihrer Wirkungsweise mit dem System 3a verglichen.

Infolge des vergrößerten Kabelquerschnittes und des größeren Eigengewichtszuges geht die Durchbiegung für durchgehende Verkehrslast auf $\delta = 2{,}33$ m zurück, dagegen steigt sie bei halbseitiger Verkehrslast auf $\delta = +3{,}96$ m an, der eine negative Durchbiegung von $\delta = -2{,}04$ m gegenübersteht. Die größten Momente betragen bei durchgehender Last $M = 56\,000$ tm, bei halbseitiger Last $M = 343\,000$ tm. Die verhältnismäßigen Durchbiegungen sind

für durchgehende Last $\delta/l = 2{,}33/1280 = 1/550$ } für $p =$
für halbseitige Last $\delta/l_1 = 3{,}96/720 = 1/182$ } 32 t/m,

für durchgehende Last $\delta/l = 1/980$ } für $p =$
für halbseitige Last $\delta/l_1 = 1/324$ } 18 t/m.



Vergleich der Durchbiegungen des Systems 3a mit
b) einer normalen Hängebrücke mit freiaufliegenden Versteifungsbalken,
c) einer normalen Hängebrücke mit durchlaufenden Versteifungsbalken.
b_1) und c_1) zeigen die Biegelinien für b) und c) bei Verstärkung des Versteifungsbalkens auf den doppelten Querschnitt.

Abb. 25.

Maßgebende verhältnismäßige Durchbiegung $\frac{v}{l_1}$ bei halbseitiger Verkehrslast und Größe des maximalen Horizontalschubes $H_g + H_p$, der von den Verankerungsblöcken aufzunehmen ist.

	a	b	c	b_1	c_1	
F_c	2,10	2,40	2,40	4,8	4,8	m²
F_S	3,10	4,00	4,00	5,2	5,2	m²
v	1	1	1	1	1	
l_1	464	185	224	293	323	
$H_g + p$	112 000	180 000	178 000	228 000	225 000	t

a) In Abb. 25a sind nochmals die Biegelinien und die Momentenlinien für das System 3a bei durchgehender und halbseitiger Belastung dargestellt.

b) Hiermit wird zunächst eine normale Hängebrücke mit einem frei aufliegenden Versteifungsbalken verglichen. Mit Rücksicht auf die Durchbiegungen aus Wind kann dieses System nicht ausgeführt werden, da wir hier aber nur die Verkehrslast betrachten, soll dies außer acht gelassen werden. Die Trägerhöhe (bei System 3a im Scheitel 15,0 m) wird auf $z = 20{,}0$ m erhöht und für die Gurtungen ein konstanter Querschnitt $F_c = 2{,}40$ m² (gegenüber $F_c = 2{,}10$ m² bei Abb 25 a) angenommen. Infolge des erhöhten Gewichtes in Feldmitte und vor allem wegen des größeren Krümmungsradius des Kabels wird für dieses ein Querschnitt $F_S = 4{,}0$ m² benötigt (gegenüber $F_S = 3{,}10$ m² bei Abb. 25a). Bei allen Vergleichsprojekten wird für die Kabel bei Eigengewichts- und Verkehrslasten $\sigma = 5000$ kg/cm² zugelassen, hierzu kommen noch geringe Zuschläge aus Temperatur.

Wir sehen, daß die Ergebnisse bei halbseitiger Last 2,65 mal ungünstiger sind als bei System 3a. Dabei ist noch zu beachten, daß bei der normalen Hängebrücke der positiven Durchbiegung bei halbseitiger Last eine große negative Durchbiegung zugeordnet ist.

b_1) Wir untersuchen nun dieselbe Brücke mit einem auf das Doppelte verstärkten Träger $F_c = 4{,}8$ m², womit sich das Seil weiter auf $F_S = 5{,}2$ m² Querschnittsfläche erhöht. Damit wachsen die Momente bei durchgehender Last auf $M = 100\,000$ tm und bei halbseitiger Last auf $M = 471\,000$ tm. Die Durchbiegung bei durchgehender Last geht zurück auf $\delta = 1{,}81$ m. Bei halbseitiger Last ist $\delta = 2{,}60$ m und $\delta = -1{,}16$ m.

Die verhältnismäßigen Durchbiegungen sind

bei durchgehender Last $\delta/l = 1{,}81/1280 = 1/707$ } für $p =$
bei halbseitiger Last $\delta/l_1 = 2{,}60/760 = 1/292$ } 32 t/m,

bei durchgehender Last $\delta/l = 1/1260$ } für $p =$
bei halbseitiger Last $\delta/l_1 = 1/520$ } 18 t/m.

Trotz der aufgewendeten ungeheuren Stahlmassen ist das Ergebnis bei halbseitiger Last noch immer 1,73mal ungünstiger als bei System 3a.

c) Dieselbe Rechnung wurde für einen durchlaufenden Versteifungsbalken mit $F_c = 2{,}4$ m², $F_S = 4{,}0$ m² und der Trägerhöhe $z = 18$ m durchgeführt. Die Ergebnisse sind bezüglich der Durchbiegungen etwas günstiger als bei

Fall b, dafür sind die Stahlmengen erheblich größer, weil der Träger mit $l = 2040$ m rd. 1,6mal länger ist.

Wir erhalten für die verhältnismäßigen Durchbiegungen

bei durchgehender Last $\delta/l = 2{,}50/1280 = 1/512$ } für $p =$ 32 t/m,
bei halbseitiger Last $\delta/l_1 = 3{,}31/740 = 1/244$

bei durchgehender Last $\delta/l = 1/910$ } für $p =$ 18 t/m.
bei halbseitiger Last $\delta/l = 1/398$

Die Ergebnisse bei halbseitiger Belastung sind zwar günstiger als beim frei aufliegenden Träger (b), aber etwa zweimal schlechter als bei dem neuen System (a).

c_1) Wir verstärken nun den Querschnitt der Gurtungen wiederum auf das doppelte, nämlich auf $F_c^1 = 4{,}8$ m², und erhalten mit $F_S = 5{,}2$ m²

für durchgehende Last $\delta/l = 1{,}90/1280 = 1/675$ } für $p =$ 32 t/m,
für halbseitige Last $\delta/l_1 = 2{,}29/740 = 1/321$

für durchgehende Last $\delta/l = 1/1200$ } für $p =$ 18 t/m.
für halbseitige Last $\delta/l_1 = 1/572$

Trotzdem die Stahlmengen der Gurtungen des durchlaufenden Trägers bei b_1 (infolge des größeren Querschnittes 4,8/2,1 und der größeren Länge 2040/1280) insgesamt $1{,}6 \cdot 2{,}29 = 3{,}65$mal größer sind, ist die maßgebende Durchbiegung rd. 1,4mal ungünstiger. Damit ist gezeigt, daß die neuen Systeme den normalen Hängebrücken weit überlegen sind, und zwar um so mehr, je größer die Verkehrslasten im Verhältnis zum Eigengewicht sind.

Die Verankerungskräfte betragen:

a) System 3a $H_{g+p} = 112\,000$ t

b) normale Hängebrücke mit frei aufliegendem Versteifungsträger $F_c = 2{,}4$ m² $H_{g+p} = 180\,000$ t

c) normale Hängebrücke mit durchlaufendem Versteifungsträger $F_c = 2{,}4$ m² $H_{g+p} = 178\,000$ t

b_1) wie b), jedoch mit $F_c = 4{,}8$ m² $H_{g+p} = 228\,000$ t

c_1) wie c), jedoch mit $F_c = 4{,}8$ m² $H_{g+p} = 225\,000$ t

Diese Zahlen zeigen ebenfalls die Überlegenheit der neuartigen Hängebrücke.

Von Interesse sind noch die Durchbiegungen infolge des Winddruckes. Bei Außerachtlassen der Mitwirkung der Kabel ergeben sich für die untersuchten Systeme folgende seitliche Ausbiegungen:

a) System 3a $\delta = 0{,}85$ m,
b) frei aufliegender Träger mit $F_c = 2{,}4$ m² : $\delta = 3{,}5$ m.
c) durchlaufender Träger mit $F_c = 2{,}4$ m² : $\delta = 1{,}05$ m.

Auch hier zeigt sich die Überlegenheit der neuen Systeme. Da der Versteifungsbalken bei a) rd. zwei Drittel des Winddruckes zu übernehmen hat, während auf die Kabel rd. ein Drittel entfällt, kann bei einem Winddruck von 5 t/m der auf den Träger entfallende Anteil auf 3,3 t/m geschätzt werden. Die größten seitlichen Ausbiegungen sind also von der gleichen Größenordnung wie die lotrechten Durchbiegungen und stellen demnach für den Schnellverkehr der Eisenbahnen keinen Gefahrenpunkt dar.

Die Biegelinien Abb. 25 zeigen, daß bei normalen Hängebrücken die Durchbiegungen bei Teilbelastung maßgebend sind und daß in gleicher Weise wie bei einer Schiffsbrücke die fahrenden Eisenbahnzüge einen Wellenberg vor sich herschieben. Bei den neuen Systemen tritt diese Erscheinung nur in stark vermindertem Maße auf und die Durchbiegungen sind bei allen Lastfällen ungefähr gleich. Die Winkeldrehung der Kabel an den Sattellagern, wo die Seile auf Biegung beansprucht werden, ist bei den neuen Systemen viel geringer.

Es liegen deshalb meiner Ansicht nach keine Bedenken vor, auch bei Vollbahnverkehr größere Durchbiegungen als oben angenommen zuzulassen und gleichzeitig die höheren Seilspannungen zu rechnen, wodurch sich erhebliche Ersparnisse an Kabelmassen ergeben.

Wegen der geringen Biegebeanspruchungen an den Sattellagern liegen meiner Ansicht nach keine Bedenken vor, die zulässigen Seilspannungen zu erhöhen, wenigstens bis zu den Werten, die in Amerika zugelassen sind. Bei der Golden-Gate-Brücke betragen die Seilspannungen für Eigengewicht und Verkehr bis zu 6500 kg/cm² (worin allerdings die Zuschläge für Erdbebenkräfte enthalten sind), während wir nur mit 5000 kg/cm² gerechnet haben. Bei Erhöhung der zulässigen Spannungen auf das gleiche Maß würden die Durchbiegungen für Vollbahnverkehr auf die nachstehenden Werte anwachsen:

durchgehende Last $p = 18$ t/m $\delta/l = 1/630$
halbseitige Verkehrslast $p = 18$ t/m $\delta/l_1 = 1/635$

Auf dieser Grundlage wurde der erforderliche Stahlaufwand überschlagen. Er beträgt im Vergleich zur Golden-Gate-Brücke:

Mehrverbrauch an Kabeln	115 %
Mehrverbrauch an Stahl für Versteifungsbalken und Fahrbahnrost	95 %
Mehrverbrauch an Stahl für die Pylonen	100 %

Dabei ist aber zu beachten, daß bei der Golden-Gate-Brücke nur eine Verkehrslast von 6 t/m in Rechnung gestellt wurde, gegenüber 32 t/m bei den Vergleichsentwürfen. Die Zunahme der Verkehrslasten beträgt demnach 415 %. Der Zunahme der Verkehrslasten um 415 % steht

ein gemittelter Mehrverbrauch von Stahl gegenüber von etwa 100 %.

Auffallend ist bei den großen Hängebrücken Amerikas der hohe Stahlaufwand für die Pylonen, der wesentlich größer ist als der für die Versteifungsbalken und Fahrbahnkonstruktion. Dies ist teilweise eine Folge der großen seitlichen Ausbiegungen unter Winddruck, die bei der Golden-Gate-Brücke ungefähr 8,50 m beträgt, mehr als das Doppelte wie beim obigen Entwurf nach System 3a. Den großen Durchbiegungen entsprechen natürlich auch riesige Seitenkräfte, die von den Kabeln an die Pylonensattellager abgegeben werden.

D. Anwendung der neuen Systeme auf Hängebrücken mit leichtem Verkehr (Straße und Schnellbahn) und Sicherung von bestehenden Straßenbrücken mit geringem Eigenwert und ungenügender Stabilität.

Da bei Hängebrücken mit leichtem Straßen- und Schnellbahnverkehr große Durchbiegungen zulässig sind, ist die Ersparnis durch Anwendung der neuen Tragsysteme nicht so groß wie bei Eisenbahnbrücken, sie ist aber immerhin

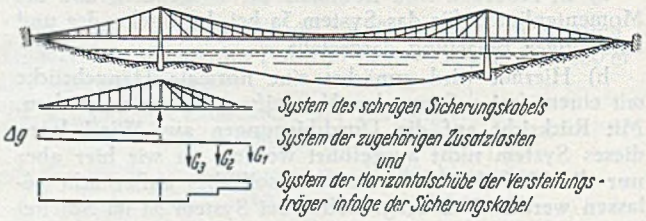


Abb. 26.

noch erheblich, weil die Biegungsmomente bei einseitiger Verkehrslast viel kleiner sind. Außerdem wächst die Sicherheit gegen störende Schwingungen.

Ich habe schon darauf hingewiesen, daß sich Brücken wie die Tacoma-Brücke mittels Schrägseilen leicht sichern lassen. Der Arbeitsvorgang, der hierbei anzuwenden ist, wird an Hand Abb. 26 erläutert. Wie schon in Abschnitt A festgestellt wurde, sind Schrägseile nur wirksam, wenn

sie infolge des Eigengewichts Spannungen von 20 000 bis 40 000 t/m² besitzen. Da das Eigengewicht der Brücke aber schon durch die Hängestangen nach dem Hauptkabel abgegeben wird, müssen an den Verankerungspunkten der Schrägseile in der Hauptöffnung Betonblöcke betoniert werden. Das Gewicht dieser Blöcke muß proportional den durch die hydraulischen Pressen ausgeübten Vorspannkräften gesteigert werden. In den Seitenöffnungen wird man die Schrägkabel am besten mit dem Hauptkabel koppeln. Damit entsteht auch mit dem Anspannen infolge der Seilkürzung eine zusätzliche Tragkraft, die verlangt, daß in der Seitenöffnung das Fahrbahngewicht durch einen Überbeton vergrößert wird. Sollten die Hänger zu schwach sein, um die Zusatzlast zu tragen, so müßte jeder zweite oder dritte verdoppelt werden.

Im Bereich der Schrägseile ergeben sich für den Versteifungsbalken zusätzliche Druckkräfte, die in den meisten Fällen leicht aufgenommen werden können, da bei solchen Hängebrücken mit niedrigem Eigenwert $\nu = \pi^2 \frac{E J_c}{H l^2}$ die zulässigen Spannungen nur zum Teil ausgenutzt sind. Es bereitet jedoch auch keine grundsätzlichen Schwierigkeiten, die Träger in diesem Bereich zu verstärken; die neuen Lasten können den Schrägseilen zugewiesen werden.

Durch die nachträgliche Anordnung von Schrägseilen mit hoher Vorspannung kann die Steifigkeit einer leichten Hängebrücke gegenüber antimetrischen Lasten und Schwingungen also erheblich gesteigert und die notwendige Stabilität gegenüber Windböen mit einfachen Mitteln geschaffen werden.

Um zu untersuchen, welche Möglichkeiten die neuen Brückensysteme für Straßenbrücken ergeben, habe ich die bekannte San-Francisco-Oakland-Brücke zugrunde gelegt. Dieser Entwurf einer Straßenbrücke entspricht dem der obigen Abb. 22, jedoch bei wesentlich schlankeren Versteifungsträgern, da der Abb. 22 Vollbahnverkehr mit p = 32 t/m zu Grunde liegt.

Zu dem Wettbewerb für die neue Rheinbrücke Köln-Mülheim bearbeitete der Verf. den Entwurf einer unechten Hängebrücke mit durchgehendem Stahlbetonversteifungsbalken und Stahlbetonpylonen, Abb. 27a. Infolge der schweren Gerüste im Strom gehörte diese Brücke zu den teuersten Entwürfen, sie wurde in ästhetischer Beziehung als nicht befriedigend bezeichnet. Immerhin zeigte auch dieser Entwurf bereits, daß Stahlbeton selbst bei 315 m Spannweite konkurrenzfähig ist. Bezüglich der Schlankheit des Versteifungsträgers (3,50 m Höhe = 1/90 der Spannweite von 315 m) konnte der Stahlbeton sogar mit den echten Stahlbrücken konkurrieren. Noch nicht genügend beachtet wurde wohl die außerordentliche Steifigkeit des Tragwerkes, dessen größte Durchbiegung nur 0,14 m, d. h. l/δ = 1/2300, beträgt. Die größte Querneigung der Fahrbahn ist 1/473 gegenüber 1/30 bei der alten Köln-Mülheimer Hängebrücke.

Der Entwurf Abb. 27a ist in ästhetischer Beziehung noch verbesserungsbedürftig. Die Baukosten lassen sich auf Grund der seither gewonnenen neuen Erkenntnisse noch um ungefähr 15 % senken. Wegen der bei einer unechten Hängebrücke in jedem Fall erforderlichen schweren Baugerüste dürfte die echte Hängebrücke hier aber wohl besser am Platze sein.

In der Zwischenzeit wurden die in den Abb. 27b und 27c dargestellten echten Hängebrücken nach System 3 ausgearbeitet. Nur in den Hauptöffnungen sind die Versteifungsbalken aus Stahl, in den Seitenöffnungen dagegen aus Stahlbeton.

Um die ästhetische Wirkung zu verbessern, vereinigen sich die Schrägkabel in den Seitenöffnungen mit dem Hauptkabel, alle Sattellager liegen annähernd auf gleicher Höhe. Die Stahlbetonbalken der Seitenöffnungen werden durch die Horizontalzüge der Schrägkabel, die in ihm verankert. Die Pylonen sind der Stahlersparnis wegen aus Stahlbeton, sie wirken in der Brückenrichtung als Pendel, verankert sind, vorgespannt. Die Hauptkabel sind außen Demgemäß sind die Stiele auf Linien-Kipplagern gelagert, die in den Pfeilern unterhalb der Fahrbahn verdeckt liegen.

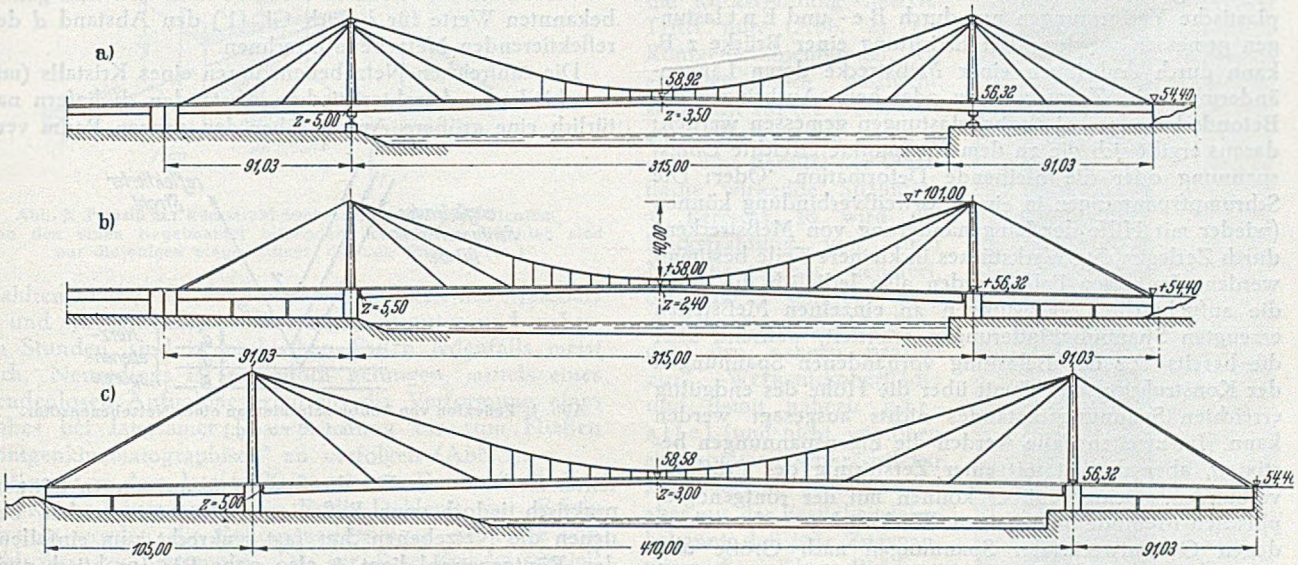


Abb. 27.

Die Stegblechhöhe des stählernen Versteifungsbalkens ist 2,40 m bei der Brücke mit 315 m bzw. 3,00 m bei 410 m Spannweite.

Die günstige Wirkung der Schrägkabel zeigt sich in den geringen von den Verankerungen aufzunehmenden Kräften und in den verhältnismäßig kleinen Materialmengen. Bei 315 m Spannweite ist H_{g+p} = 8000 t je Tragwand. Die gesamte benötigte Stahlmenge für Seile, Versteifungsbalken, Lager und die Stahlbetonkonstruktionen beträgt um 6100 t. An Zement sind ungefähr 7300 t erforderlich.

Die letzten Beispiele dürften ausreichend zeigen, daß die Hängebrückensysteme mit Schrägseilen[1] nicht etwa nur für Riesenbrücken in Frage kommen, sondern daß sie auch für unsere bescheidenen deutschen Verhältnisse bereits großes Interesse besitzen.

[1] Für die in diesem Aufsatz beschriebenen Hängebrücken mit Schrägseilen wurden Patente für das In- und Ausland angemeldet.

Die röntgenographischen Verfahren zur Spannungsmessung und ihre derzeitigen Anwendungsmöglichkeiten in der Praxis.

Von Dr. Otto Vaupel, Berlin.

Seit mehr als 20 Jahren ist bekannt, daß mit Hilfe röntgenographischer Interferenzverfahren Größe und Richtung elastischer Spannungen zerstörungsfrei gemessen werden können. Aber auch heute noch herrscht in Ingenieurkreisen eine erstaunliche Unkenntnis über die Methoden dieser Verfahren, ihre Leistungsfähigkeit und Grenzen. Zwar sind im Laufe der Zeit eine große Anzahl von Veröffentlichungen hierüber erschienen, aber sie behandeln fast ausnahmslos grundsätzliche Probleme und Schwierigkeiten, die bei der Durchführung aufgetaucht sind, und sind wegen ihres speziellen und oft mathematischen Charakters für den Außenstehenden meist nicht leicht verständlich. Berichte über Anwendungen in der Praxis und Ergebnisse röntgenographischer Spannungsmessungen fehlen fast ganz.

Mit den üblichen Meßverfahren können elastische Spannungszustände und durch Beanspruchung bewirkte plastische Verformungen nur durch Be- und Entlastungen gemessen werden. Bei Errichtung einer Brücke z. B. kann durch Anbringen einer Meßstrecke deren Längenänderung beim Zusammenbau oder beim Aufbringen der Betondecke oder bei Probebelastungen gemessen werden; daraus ergibt sich die an dem Meßpunkte erreichte Längsspannung oder die bleibende Deformation. Oder: Die Schrumpfspannungen in einer Schweißverbindung können (wieder mit Hilfe der Längenänderung von Meßstrecken) durch Zerlegen des Werkstückes in kleinere Teile bestimmt werden. Im ersten Falle werden also lediglich die durch die aufgebrachten Belastungen an einzelnen Meßstellen erzeugten Spannungsänderungen ermittelt, während über die bereits vor der Belastung vorhandenen Spannungen der Konstruktion und damit über die Höhe des endgültig erreichten Spannungszustandes nichts ausgesagt werden kann. Im zweiten Falle werden die Eigenspannungen bestimmt, aber das ist mit einer Zerstörung des Prüflings verbunden. Demgegenüber können mit der röntgenographischen Methode die in einem Werkstück jeweils vorhandenen Gesamtwerte der Spannungen nach Größe und Richtung zerstörungsfrei ermittelt werden, ohne daß irgendwelche Änderung der Belastung nötig ist. Wie kommt es, daß ein solches, den tensometrischen Verfahren offensichtlich so weit überlegenes Verfahren nicht die ausgedehnteste Anwendung gefunden hat? Und besteht Aussicht, daß mit seinem Einsatze in Zukunft in größerem Umfange gerechnet werden darf?

Zur Beantwortung dieser Fragen soll im folgenden über die Grundlagen des Verfahrens und seine Anwendbarkeit zur Messung elastischer Spannungen und zum Nachweise plastischer Verformungen (einschließlich ungleichmäßiger Zusammensetzung des Materials) berichtet werden.

Das Röntgen-Rückstrahl-Verfahren.

Jeder feste Körper — von außerordentlich wenigen (z. B. den Gläsern) abgesehen — besteht aus einem Haufwerke von (zumeist mit bloßem Auge nicht erkennbaren) Kristallen; solche Kristalle sind auch die im Mikroskop erkennbaren „Körner" der metallischen Werkstoffe. Der Kristall ist charakterisiert durch den räumlichen, streng gesetzmäßigen Aufbau seiner Bausteine (bei Metallen: der Atome) in einem „Raumgitter"; die Bausteine bilden dann Scharen von Ebenen, den „Netzebenen", die, jeweils einander parallel und in gleichen Abständen verlaufend, den Kristall in bestimmten Richtungen durchsetzen. In Abb. 1 sind die Spuren einer solchen Schar von Netzebenen, die senkrecht auf der Papierebene stehend gedacht ist, aufgezeichnet; die Netzebenen haben voneinander den konstanten Abstand d.

Fällt (Abb. 1) auf eine solche Netzebenenschar ein Röntgenstrahl der Wellenlänge λ, so wird er reflektiert, falls der Winkel zwischen einfallendem Strahl und Netzebene einen ganz bestimmten, vom Netzebenenabstande d abhängigen Wert hat (Braggscher Winkel ϑ); der Winkel zwischen reflektiertem Strahl und der Netzebene ist, wie bei der optischen Spiegelung, wieder $= \vartheta$. Zwischen λ, ϑ und d besteht die einfache Bedingungsgleichung

$$\sin \vartheta = \frac{\lambda}{2\,d} \quad \text{(Braggsche Gleichung)} \qquad (1)$$

oder, nach d aufgelöst,

$$d = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \vartheta} \qquad (1')$$

Unter jedem anderen Auffallswinkel des Röntgenstrahls tritt keine Reflexion ein. Finden wir also eine solche Reflexion, so haben wir nur — was leicht ist — den Winkel ϑ zu bestimmen und können dann aus ihm und dem genau bekannten Werte für λ nach Gl. (1') den Abstand d der reflektierenden Netzebene errechnen.

Die zahlreichen Netzebenenscharen eines Kristalls (mit verschiedenen charakteristischen Abständen d) liefern natürlich eine größere Anzahl über den ganzen Raum verteilter Reflexionen. Für die Spannungsmessungen können praktisch jedoch nur Reflexionen benutzt werden, bei denen die Netzebenenschar fast senkrecht zum einfallenden Röntgenstrahl liegt, ϑ also nahe 90° (praktisch zwischen 75° und 85°) ist; der Rückstrahlwinkel χ, d. i. der Winkel zwischen einfallendem und reflektiertem Strahl (Abb. 1 und 2), der mit ϑ in der Beziehung $\chi = 2 \cdot (90° - \vartheta)$ steht, soll also zwischen 10° und 30° liegen.

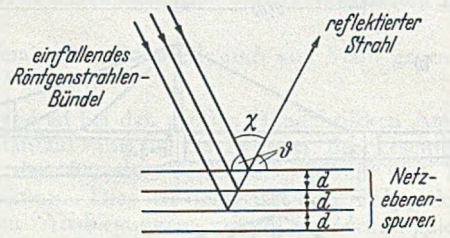


Abb. 1. Reflexion von Röntgenstrahlen an einer Netzebenenschar. (Nach Bragg.)

Die Herstellung von monochromatischer Röntgenstrahlung (also einer Strahlung mit nur einer genau bekannten Wellenlänge) bietet keine Schwierigkeiten: So wie jedes chem. Element beim Glühen neben dem kontinuierlichen Spektrum eine Reihe für es charakteristischer optischer Spektrallinien liefert, so sendet das Material der Anode einer Röntgenröhre neben dem gewöhnlichen Röntgenlichte einige charakteristische Röntgen-Spektrallinien („Charakteristische Eigenstrahlung") aus. Ein für unsere Zwecke sehr günstiger Unterschied zwischen optischer und Röntgen-Spektralstrahlung liegt darin, daß bei der Anregung von Eisen z. B. erstere aus einigen tausend, letztere aber nur aus zwei Linien besteht, die als α- und β-Strahlung[1] bezeichnet werden; da die β-Strahlung durch geeignete Filter ausgeschieden werden kann, verbleibt α also „monochromatische Strahlung" allein. Bei großer spektraler Auflösung bemerkt man allerdings, daß diese α-Strahlung zwei sehr nahe beieinander gelegene Wellenlängen enthält (α_1 und α_2 mit den Wellenlängen λ_1 und λ_2); die α-Strahlung ist also ein „Dublett". Die Tatsache daß bei den Rückstrahlaufnahmen eine starke Aufspaltung dieses Dubletts erfolgt (Abb. 6), beweist die hohe Empfindlichkeit dieses Verfahrens. Bei den Messungen

[1] Nicht zu verwechseln mit den radioaktiven α-, β- (und γ-) Strahlungen.

elastischer Spannungen wird nur die stärkere Komponente (α_1) zur Auswertung benutzt und die schwächere α_2 unberücksichtigt gelassen; bei der Ermittlung plastischer Verformung und ungleichmäßiger Zusammensetzung werden wir aber gerade von der Schärfe der Aufspaltung Gebrauch machen.

Die von zahlreichen einzelnen Kristallen verschiedener Lage reflektierten Strahlen liegen, wie man leicht einsieht, auf einem Kegelmantel mit dem Öffnungswinkel 2χ. Sie werden meist auf einem Planfilme aufgefangen, der (mit einer Lochung für den Durchtritt des einfallenden Strahlenbündels versehen) sich zwischen Röntgenröhre und Werkstück befindet (Abb. 2). Die Belichtungszeiten hängen von der Aufnahmeordnung, der Größe der angestrahlten Fläche und der Reflexionsfähigkeit des Materials ab und schwanken zwischen einigen Minuten und mehreren Stunden, sind in prakischen Fällen jedenfalls meist hoch. Neuerdings ist es jedoch gelungen, mittels eines blendenlosen Aufnahmeverfahrens die Verformung eines Stabes bei langsamer Beanspruchung bis zum Fließen „röntgenkinematographisch" zu verfolgen (Abb. 3).

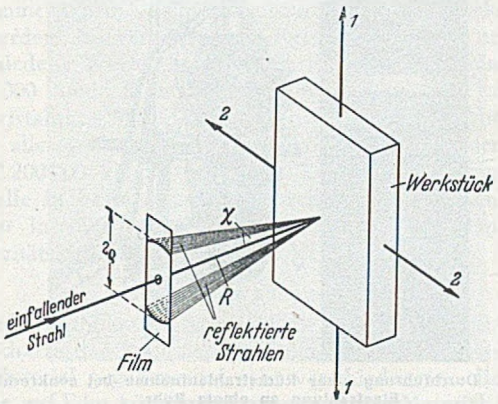


Abb. 2. **Prinzip der Rückstrahl-Senkrechtaufnahme mit Planfilm.** (Von den einen Kegelmantel bildenden reflektierten Strahlen sind nur diejenigen eingezeichnet, die den Film treffen.)

Kurz vor dem letzten Kriege ist in Deutschland (bei der Reichs-Röntgenstelle in Berlin-Dahlem) mit Erfolg versucht worden, die Reflexionsrichtungen mit Hilfe von Zählrohren zu bestimmen. Das für diese Zwecke speziell entwickelte „Interferenz-Zählrohr" ist ein daumengroßes Rohr mit bestimmter Gasfüllung und zwei Elektroden besonderer Ausführung, zwischen denen ein elektrisches Potential von rund 1000 Volt liegt. Eintretende Röntgenstrahlen ionisieren das Gas und vermitteln so einen Stromdurchgang, der (über einen Verstärker) in einem Meßinstrument eine entsprechende Anzeige hervorruft. Da selbst kleinste Strahlenintensitäten eine nahezu sofortige Anzeige geben, ist der Nachweis von Röntgenstrahlen mit dem Zählrohr weit empfindlicher und ungleich schneller durchführbar als mit dem Film. Auch für Rückstrahlmessungen wurde das Zählrohr von der Reichs-Röntgenstelle vorgeschlagen; die hier bereits begonnenen Versuche wurden durch die Kriegsereignisse unterbrochen, in jüngster Zeit aber im Kaiser-Wilhelm-Institut für Eisenforschung, Düsseldorf, durchgeführt. Das Zählrohr wird hier, mit einer feinen, spaltförmigen Blende versehen, an der Stelle des Films entlang einem Maßstabe mit Noniuseinteilung hin- und herbewegt. Eine Meßvorrichtung mit feststehendem Zählrohre, dafür aber mit parallel dem Einfallsstrahl beweglicher Eintrittsblende, wurde vor kurzem von amerikanischer Seite vorgeschlagen (s. Schrifttumsverzeichnis).

Bestimmung elastischer Spannungen.

Grundlage. Eine in einem Werkstücke vorhandene elastische Spannung, etwa eine Zugspannung σ_z, bewirkt bekanntlich eine meßbare, der Spannung proportionale Dehnung des Werkstoffes. Die einzelnen Kristalle erfahren die gleiche Dehnung (d. h. Vergrößerung der Abstände ihrer Bausteine voneinander); das bedeutet, daß auch die Netzebenenabstände d der Kristalle elastisch gedehnt werden. Da diese Netzebenenabstände d nach dem Röntgen-Rückstrahlverfahren mit hoher Genauigkeit gemessen werden können, ist es möglich, aus den Werten d_0 im spannungsfreien Zustande[1] und unter Spannung d_σ die spezifische Dehnung $\varepsilon_z = (d_\sigma - d_0)/d_0$ zu bestimmen und daraus die wirksame Spannung σ_z zu errechnen. Es ist dann

$$\sigma_z = \varepsilon_z \cdot E = \frac{d_\sigma - d_0}{d_0} \cdot E, \qquad (2)$$

wobei E das Elastizitätsmodul des Materials bedeutet.

So einfach nun die Sachlage auf den ersten Blick erscheint, so ergeben sich doch bei genauerem Hinsehen sofort einige Schwierigkeiten:

1. σ_z stellt in obigen Ausführungen eine Zugspannung dar senkrecht zu der Netzebenenschar, welche die Rückstrahlung lieferte. Trifft nun (Abb. 2) ein Röntgenstrahlenbündel, wie es gewöhnlich geschieht, senkrecht auf die Oberfläche eines Werkstückes auf, in dem eine parallel der Oberfläche wirkende Spannung σ_1 herrscht, so wird die Rückstrahlung von einer Netzebenenschar geliefert, die nahezu senkrecht zum einfallenden Strahlenbündel, also nahezu parallel zur Werkstückoberfläche und damit nahezu parallel (und nicht, wie oben angenommen, senkrecht) zur Zugspannung liegt. Nun ist aber aus der Festigkeitslehre bekannt, daß jede Zugspannung, die in ihrer Richtung eine Längsdehnung hervorruft, senkrecht zu ihrer Richtung eine Stauchung (Querkontraktion) erzeugt. Ein gedehntes Gummiband wird länger, aber dünner! Die sogenannte Querzahl

μ = Querkontraktion / Längsdehnung $= -\varepsilon_2/\varepsilon_1$

hat für jedes Material einen von der Höhe der elastischen Spannungen unabhängigen Wert, sie ist z. B. für gewöhnliche Stahlsorten $\mu_{Fe} = 0{,}28$. Die Zugspannung σ_1 in Abb. 2 bewirkt also eine Querkontraktion der Netzebenenschar, die wir zur Messung bei der senkrechten Einstrahlung verwenden. Wir messen also einen Effekt, der bei Eisen nur etwa ¼ der eigentlichen Dehnung des Werkstückes beträgt. Offenbar ist jetzt

$$\sigma_1 = -\frac{\varepsilon_z E}{\mu} = -\frac{E}{\mu} \cdot \frac{d_\sigma - d_0}{d_0}. \qquad (3)$$

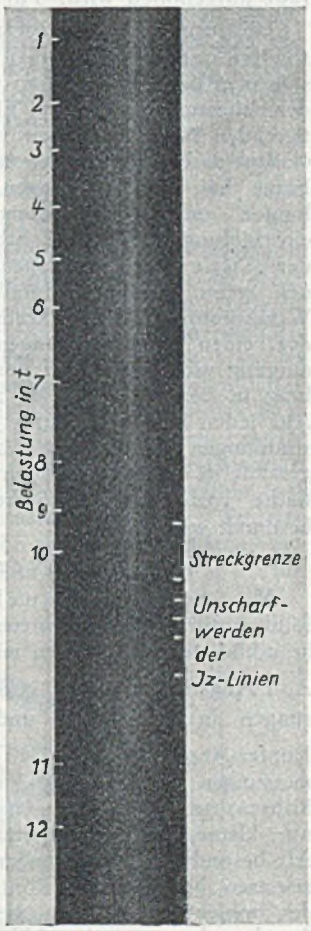


Abb. 3. **Röntgenkinematographische Aufnahme eines Zerreißversuches.** (H. Neerfeld, KWI Eisenforschung, Düsseldorf.)
Bei steigender elastischer Beanspruchung verschieben sich die Linien (im Bilde von rechts nach links) proportional der Spannung, bleiben aber gleichmäßig scharf. Unmittelbar nach Überschreiten der Streckgrenze werden die Linien völlig unscharf und das Dublett zerfließt in ein verwaschenes Band.

2. Eine weitere Schwierigkeit tritt auf, wenn es sich nicht um einen einachsigen, sondern einen zweiachsigen

[1] Zur Bestimmung von d_0 genügt ein winziges Bruchstückchen, notfalls auch etwas abgefeiltes und spannungsfrei geglühtes Pulver des Materials.

Spannungszustand handelt. Sind beispielsweise (Abb. 2) als Hauptspannungen eine Zugspannung σ_1 in Richtung 1 und senkrecht zu ihr eine Druckspannung σ_2 in Richtung 2 vorhanden, so wird mit dem Rückstrahlverfahren bei senkrechter Einstrahlung dann lediglich die gesamte Querdehnung $\varepsilon_2 = -\frac{\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2)$ gemessen, entprechend der Summe beider Querspannungen. An die Stelle von Gl. (3) tritt dann

$$\sigma_1 + \sigma_2 = -\frac{E}{\mu} \cdot \frac{d_\sigma - d_0}{d_0}. \tag{4}$$

Über Größe und Richtung der einzelnen Spannungen wird keine Auskunft gegeben. Ist etwa $\sigma_2 = -\sigma_1$, so wird offenbar $d_\sigma = d_0$, da die Querkontraktion der Netzebenenschar infolge σ_1 durch die Querdilatation infolge σ_2 gerade aufgehoben wird. Für $\sigma_1 + \sigma_2$ folgt der Wert 0.

Läßt man das Röntgenstrahlbündel aber nicht senkrecht sondern unter einem Winkel (beispielsweise 45°) zur Werkstückoberfläche einfallen, so wird der Abstand d der (wieder nahezu senkrecht zum Einfallsstrahl liegenden) reflektierenden Netzebenenschar in ganz anderer Weise durch σ_1 und σ_2 beeinflußt. Die mathematische Behandlung der Frage hat die Gleichungen für solche „Schrägeinstrahlungen" geliefert und gezeigt, daß aus einer „Senkrechteinstrahlung" und einer „Schrägeinstrahlung" die Größen der einzelnen Hauptspannungen ermittelt werden können, wenn der schräg einfallende Strahl in einer auf der Werkstückoberfläche senkrechten Ebene liegt, welche eine der beiden Hauptspannungen enthält. Ist die letztere Bedingung nicht erfüllt, so muß noch eine dritte Einstrahlung in bestimmter Weise zu Hilfe genommen werden. Auf jeden Fall kann durch Kombination geeigneter Einstrahlungen das Problem restlos gelöst werden, d. h. der gesamte in einem bestimmten Punkte der Werkstücksoberfläche vorhandene elastische Spannungenzustand völlig bestimmt werden.

Meßverfahren.

Als Strahlungsquelle dient eine Feinstruktur-Röntgenröhre mit geeignetem Anodenmaterial; am gebräuchlichsten sind Röhren mit Kobalt-Anode (λ_1 = 1,78528 Å, 1 Ångström = 1.10^{-8} cm), geeignet für Rückstrahlmessungen an Eisen, Stahl und α-Messing, und solche mit Kupfer-Anode (λ_1 = 1,53740 Å), geeignet für Rückstrahlmessungen an Kupfer, α-Messing und Aluminium. Die Röhrenspannungen betragen 30 bis 45 kV, erfordern also nur kleine, leicht transportable Hochspannungserzeuger. Als besonders geeignet haben sich sog. Hohlanodenröhren erwiesen, bei denen die Röntgenstrahlung nahe dem Ende des hohlen, etwa 30 cm aus der Röhre herausragenden Anodenrohres ausgeht (Abb. 4); sie ermöglichen die Anstrahlung von Meßstellen unter den erforderlichen Einstrahlwinkeln häufig auch in solchen Fällen, in denen die üblichen, zweipolig betriebenen Röntgenröhren aus räumlichen Gründen nicht verwendbar sind.

Durch geeignete Blenden wird ein feines Röntgenstrahlbündel ausgeblendet und mit Hilfe eines in allen Richtungen verstell- und drehbaren Röhrenhalters (Abb. 4) unter dem gewünschten Einstrahlwinkel auf die Meßstelle geleitet.

Die Berechnung des Rückstrahlwinkels χ erfolgt nach der aus Abb. 2 zu ersehenden Beziehung $\operatorname{tg} \chi = \frac{\varrho}{R}$, worin 2ϱ der Durchmesser des Rückstrahlkegels am Registrierort und R der Abstand der Meßstelle vom Registrierort ist. Da der Wert für R genau bekannt sein muß, wird i. a. ein Eichpulver (meist Gold) auf der Meßstelle aufgebracht; der Eichstoff liefert ebenfalls einen Rückstrahlkegel, aber mit bekanntem Öffnungswinkel $2\chi^*$. Wird der Durchmesser des „Eichkegels" an der Registrierstelle zu $2\varrho^*$ bestimmt, so folgt aus $R = \frac{\varrho^*}{\operatorname{tg} \chi^*}$ der genaue Abstand R (s. Abb. 5 b).

Von grobkristallinem Material erhält man bei der Filmaufnahme Linien, die in einzelne Punkte aufgelöst sind (Abb. 5 a), so daß die genaue Ermittlung ihres Abstandes 2ϱ auf Schwierigkeiten stößt. Dieser Effekt rührt daher, daß das einfallende Röntgenstrahlbündel von den vielen

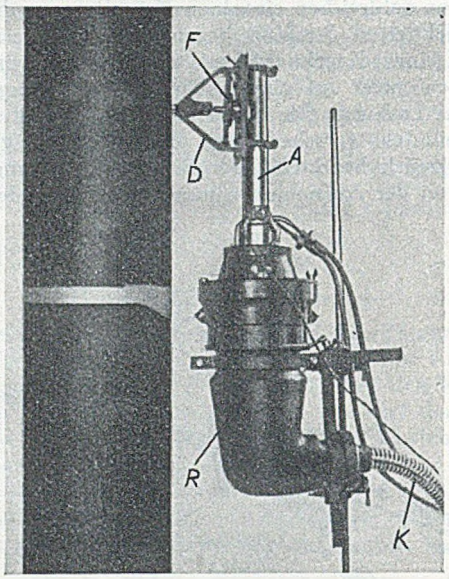


Abb. 4. Durchführung einer Rückstrahlaufnahme bei senkrechter Einstrahlung an einem Rohr.
R = Röhrenbehälter, A = Anodenrohr, F = Filmkassette, D = Distanzhalter, K = Hochspannungskabel.

getroffenen Kristallen ja nur diejenigen „auswählt", deren reflektierende Netzebenenschar zufällig unter dem Braggschen Reflexionswinkel ϑ liegt; bei grobkristallinem Material werden das nur wenige Kristalle sein, die so zur Reflexion beitragen, und der Rückstrahlkegel ist nur von wenigen, dafür aber verhältnismäßig kräftigen reflektierenden Strahlen belegt. Um in einem solchen Falle vermeßbare Linien zu erhalten, wird der Film um den einfallenden Strahl als Achse gedreht oder geschwenkt und die Interferenzpunkte so zu einer Linie „verschmiert" (Abb. 5b).

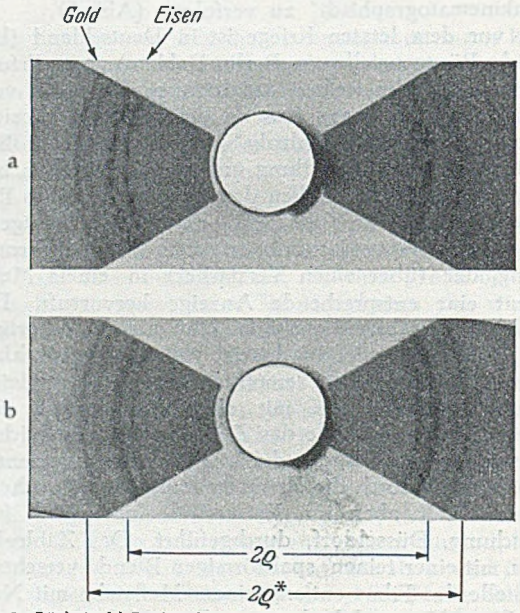


Abb. 5. Rückstrahl-Senkrechtaufnahmen an grobkörnigem Baustahl St 37.
Film a ruhend, b um ± 80 geschwenkt.
Kobalt Kα-Strahlung; Eichsubstanz: Gold. R = 60 mm (nat. Größe).

An den erhaltenen Filmen werden die Abstände 2ϱ bzw. $2\varrho^*$ der α_1-Linien für Material bzw. Eichstoff (Abb. 5 b) mit einem guten Maßstabe oder einem Mikrometer vermessen, bei weniger scharfen Aufnahmen muß der Film photometriert werden.

Bei Benutzung eines Zählrohres stellt man entweder durch Beobachtung eines Meßinstrumentes auf die Maxima der Rückstrahlungen ein und gewinnt so die Werte für 2ϱ bzw. $2\varrho^*$, oder das Zählrohr wird langsam durchbewegt und seine Anzeige in einem mechanischen oder photographischen Zusatzgeräte zum Zählrohrverstärker aufgeschrieben; in letzterem Falle erhält man unmittelbar eine Photometerkurve, die durch geringere Untergrundschwärzung und höhere Schärfe u. U. erheblich den Kurven überlegen ist, welche man durch Photometrieren der in üblicher Weise hergestellten Filme erhält.

Zur Berechnung der Spannungen können i. a. nicht ohne weiteres die in der Festigkeitslehre üblichen Werte für Elastizitätsmodul E und Querzahl μ benutzt werden. Bestimmt man diese Größen nämlich an einem Einkristalle, so werden in verschiedenen Kristallrichtungen erheblich verschiedene Werte (beim Eisenkristalle z. B. E minimal = 1 350 000 und E maximal = 2 900 000 kg/cm²) erhalten. Vielkristallines Material liefert natürlich einen Mittelwert über alle vorhandenen Kristallagen (beim Eisen z. B. E = 2 200 000 kg/cm²). Da bei Rückstrahlmessungen nur Kristalle in bestimmten Lagen reflektieren, müssen für E und μ in die Formeln besondere „röntgenographische" Elastizitätskonstanten eingesetzt werden.

Meßgenauigkeit.

Die erreichbare Meßgenauigkeit ist im wesentlichen von der Schärfe der Reflexionen abhängig, die ihrerseits durch das Material gegeben und sehr verschieden ist. Bei Aufnahme auf Film können bei ausgewähltem Material, feinem Röntgenstrahlbündel und langen Belichtungszeiten elastische Spannungen bis auf ± 100 kg/cm² bestimmt werden. Praktisch sind solche Bedingungen jedoch selten erfüllbar; von Baustahl St 37 werden i. a. recht scharfe Linien erhalten, die Meßgenauigkeit beträgt dann in günstigen Fällen ± 300 kg/cm²; legierte Stähle, besonders auch Baustahl St 52, liefern wesentlich unschärfere Linien, und die Meßgenauigkeit sinkt auf ± 500 kg/cm² oder darunter. Oft sind aber die Linien so unscharf und verwaschen, daß eine einwandfreie Vermessung oder Photometrierung überhaupt nicht möglich ist.

Auch die Benutzung des Zählrohres hat bisher noch keine Erhöhung der Meßgenauigkeit gebracht.

Für die Erforschung von grundsätzlichen Zusammenhängen im Laboratorium wird man natürlich jeweils besonders geeignete Werkstoffe und günstige Versuchsbedingungen auswählen, so daß die Genauigkeit für sehr viele Zwecke durchaus ausreicht. Da die röntgenographischen Methoden verschiedene Feststellungen gestatten, die auf andere Weise kaum möglich sind, ist ihre Bedeutung auch für das Bauwesen sehr viel größer, als man etwa nach den obigen Angaben über die beschränkte Meßgenauigkeit erwarten würde. Beispiele für die Ergebnisse von solchen Spannungsmessungen sollen einem besonderen Aufsatz vorbehalten bleiben.

Schwierigkeiten und Grenzen; Wirtschaftlichkeit.

Bereits die genaue Einstellung der Apparatur (Abstand R, Einstrahlwinkel ψ) erfordert jedesmal einen nicht unerheblichen Zeitaufwand. Bei Filmaufnahmen kommen dazu die langen Belichtungszeiten, die — wegen der Notwendigkeit, jede Aufnahme durch eine Kontrollaufnahme zu belegen — doppelt gerechnet werden müssen.

Beispiel: 1938 konnten zur Messung des Spannungszustandes eines Feldes einer großen geschweißten Vollwandbrücke aus Baustahl St 52 je Tag nur die Senkrecht- und Schrägaufnahmen (mit Kontrollen) an einem einzigen Meßpunkte vollständig erledigt werden. Im ganzen wurden über 20 Punkte gemessen.

Die entstehenden Kosten für die röntgenographischen Spannungsmessungen mit Filmaufnahmen sind daher heute noch ungewöhnlich hoch und nur tragbar, wo es sich um grundsätzliche Messungen handelt.

Durch Verwendung von Zählrohren können Zeitaufwand und damit die Kosten erheblich herabgesetzt werden, doch liegen hierüber noch keine zuverlässigen Nachrichten vor.

Die Grenzen der Anwendbarkeit des Verfahrens sind zuweilen durch die Unzugänglichkeit einer oder aller (unter verschiedenen Winkeln anzustrahlenden!) Meßstellen, öfter aber durch das Material selbst gegeben: manche Stahlsorten oder Legierungen liefern verwaschene, nicht meßbare Linien. Besonders jedoch liefern stark verformte Metalle und Legierungen — also gewalzte, gezogene, gedrehte, gehämmerte Werkstücke, die keiner thermischen Nachbehandlung unterworfen wurden, vor allem aber alle gehärteten und geschliffenen Oberflächen — unscharfe Reflexionen. Die Vermessung zur Spannungsermittlung wird dann unmöglich. Aber gerade in diesen Fällen ist das Röntgen-Rückstrahlverfahren, das uns die elastischen Spannungen nicht messen lassen kann, oft anwendbar zur Bestimmung des Grades der plastischen Verformung, die das Material erlitten hat.

Bestimmung der plastischen Verformung und ungleicher Zusammensetzung.

Grundlage.

Bei überelastischer Beanspruchung wird der Werkstoff bleibend verformt. Kristallographisch gesehen ist diese Deformation dadurch hervorgerufen, daß die Kristalle in der Mehrzahl verbogen und zerquetscht wurden; ihr Gitteraufbau weist daher mehr oder weniger starke, von Ort zu Ort verschiedene Abweichungen vom ungestörten Gitter auf. Auch unsere reflektierenden Netzebenen werden jetzt von Ort zu Ort verschiedene Abstände d besitzen, streuen also nach beiden Seiten um den Wert d_0 des ungestörten Kristalls. Dieser Streuung der Netzebenenabstände entspricht eine Streuung des Rückstrahlwinkels χ: die Reflexionen werden unscharf (Abb. 6), und das offenbar um so mehr, je stärker die plastische Verformung war — bis

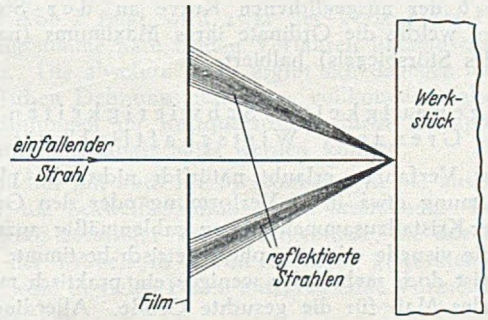


Abb. 6. Entstehung unscharfer Rückstrahllinien an plastisch verformtem Material (schemat.).

zur völligen Verwaschung des α_1-α_2-Dubletts. Die Linienbreite wird damit zu einem Maße für den Grad der plastischen Verformung.

Die gleiche Linienverbreiterung kann jedoch noch aus einem anderen Grunde hervorgerufen werden, nämlich als Folge ungleicher Zusammensetzung der einzelnen Kristalle bei Legierungen. Eine solche tritt z. B. auf, wenn beim Abkühlen einer Legierung eine zweite Phase abgeschieden wird, dies aber bei zu schneller Abkühlung in großen und kleinen Kristallen nicht in gleichem Maße vor sich geht; es entstehen dann Kristalle verschiedener Zusammensetzung und dementsprechend mit verschiedenen Netzebenenabständen, die in ähnlicher Weise, wie oben beschrieben, zu Verbreiterungen der Reflexionen führen.

Ob Linienverbreiterung durch plastische Verformung oder durch ungleiche Kristallzusammensetzung (oder durch beide) hervorgerufen ist, kann aus dem Rückstrahl-Filmbilde bzw. der Zählrohr-Registrierkurve nicht entschieden werden, geht aber meist eindeutig aus der Vorgeschichte des Werkstückes hervor, deren Kenntnis hier also nötig ist.

Meßverfahren.

Die Meßtechnik des Rückstrahlverfahrens ist hier ungleich einfacher als bei der Ermittlung elastischer Spannungen: An jedem Meßpunkte genügt eine einzige Einstrahlrichtung (als welche natürlich die symmetrische Diagramme liefernde Senkrecht-Einstrahlung gewählt wird, wenn nicht räumliche Gründe eine Änderung bedingen), und die Einstellung des Abstandes Film—Werkstückoberfläche erfolgt mit genügender Genauigkeit allein durch Distanzstücke (Abb. 4), wodurch sich die Benutzung von Eichpulver erübrigt. Wird die Rückstrahlung auf einem Film aufgefangen, so erhält man Bilder, aus denen man bei einfacher Betrachtung, ohne Hilfe weiterer Meßmittel, und durch Vergleich untereinander evtl. mit Bildern von „Normalproben", bereits Schlüsse über den Zustand des Materials gewinnt. Soll eine genauere Auswertung vorgenommen werden, so sind die Filme zu photometrieren oder besser die Rückstrahlung durch ein Zählrohr mit Selbstregistrierung aufzunehmen. Als Maß für den Grad der plastischen Verformung bzw. der ungleichmäßigen Kristallzusammensetzung wird dann die „Halbwertbreite" der Reflexion benutzt (Abb. 7); hierzu werden Registrierkurve K und Störspiegel Sp (obere Grenze des Untergrundes) durch Näherungskurven ausgeglichen und die Breite b der ausgeglichenen Kurve an der Stelle gemessen, welche die Ordinate ihres Maximums (nach Abzug des Störspiegels) halbiert.

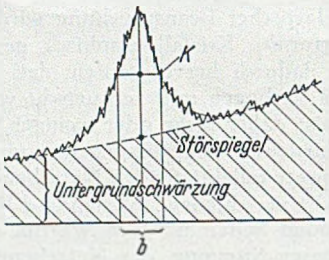


Abb. 7. Halbwertbreite b einer Photometer-Linie.

Meßgenauigkeit; Schwierigkeiten und Grenzen; Wirtschaftlichkeit.

Das Verfahren erlaubt natürlich nicht, die plastische Verformung etwa in % Verformung oder den Grad ungleicher Kristallzusammensetzung zahlenmäßig anzugeben; aber die visuelle oder die photometrisch bestimmte Linienbreite ist doch mehr oder weniger ein praktisch meist genügendes Maß für die gesuchte Größe. Allerdings muß oft die Linienbreite des unverformten bzw. gleichmäßig zusammengesetzten Materials zum Vergleiche bekannt sein; man erhält sie leicht aus einem kleinen, wenige mm² großen Probestückchen, das dem Werkstücke entnommen und durch thermische Behandlung in den gewünschten Normalzustand gebracht wird.

Liefert ein Werkstück von vornherein ein völlig verwaschenes α_1-α_2-Dublett, so kann natürlich nur ausgesagt werden, daß die plastische Verformung mindestens einen bestimmten Grad betragen hat.

Da an einem jeden Meßpunkte eine einzige Einstrahlung, die unter einfachen experimentellen Bedingungen vorzunehmen ist, genügt, ist das Verfahren viel weniger kostspielig als die Bestimmung elastischer Spannungen und i. a. durchaus tragbar.

Anwendung.

Das Röntgen-Rückstrahlverfahren ist in Deutschland in den letzten 15 Jahren häufiger und mit Erfolg zur Feststellung örtlicher plastischer Verformungen eingesetzt worden. So wurden mehrfach Rotoren von Generatoren oder Motoren, die vorübergehend mit Übertouren gelaufen waren, dahin untersucht, ob an bestimmten kritischen Stellen schon die Elastizitätsgrenze überschritten war (Abb. 8); mehrfach konnten auf Grund dieser Untersuchungen die Maschinenteile ohne Bedenken wieder in Betrieb genommen werden.

In anderen Fällen konnten aus der Linienschärfe an verschiedenen Stellen eines Rotors Schlüsse gezogen werden auf vorhergegangene ungleichmäßige Abkühlung nach dem Härten, die im Betriebe zum Krummwerden des Läufers und damit zum Ausfalle der Maschine führen müssen; die von Stelle zu Stelle wechselnde Linienunschärfe wurde hier durch ungleichmäßige Kristallzusammensetzung hervorgerufen.

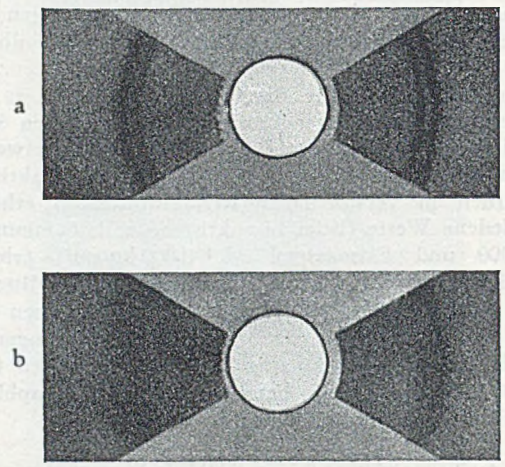


Abb. 8. Rückstrahl-Senkrechtaufnahmen an einem Turbinenläufer, der mit Übertouren gelaufen war, a am (unverformten) Stirnende der Läuferachse, b an einer überelastisch beanspruchten Stelle der Scheibe. Kobalt K_α-Strahlung; R = 60 mm (nat. Größe).

Hinzuweisen ist ferner darauf, daß unter bestimmten Umständen eine Dauerbeanspruchung nach einer gewissen Zeit zu einem Schärferwerden der Linien führt, so daß hieraus u. U. wichtige Aussagen über die Dauerfestigkeit eines Maschinenelementes gemacht werden können.

Zusammenfassung.

Die Röntgen-Feinstrukturanalyse zur Ermittelung elastischer Spannungen nach der Rückstrahlmethode ist heute ein für die Praxis geeignetes, bei den meisten Werkstoffen i. a. mit genügender Genauigkeit durchführbares und in seiner Art durch kein anderes Meßverfahren ersetzbares Verfahren, das bisher jedoch infolge seiner Kostspieligkeit nur für grundlegende Messungen in Frage kam. Der Einsatz von Zählrohren an Stelle des Röntgenfilms gibt aber Hoffnung, die Kosten verringern und damit das Verfahren in größerem Umfange einsetzen zu können.

Demgegenüber stellt die Feststellung plastischer Verformungen oder ungleichmäßiger Kristallzusammensetzungen mittels einfacher Röntgen-Rückstrahlaufnahmen ein auch heute schon wirtschaftliches Verfahren von oft hohem Werte dar.

Die Durchführung der Messungen ist jedoch erfahrenen Spezialisten vorzubehalten.

Schrifttum.

Eine zusammenfassende Darstellung der Grundlagen und Methoden der röntgenographischen Spannungsmessungen mit Rückstrahl-Filmaufnahmen und deren Auswertung gibt R. Glocker in Kapitel 27 seines Buches „Materialprüfung mit Röntgenstrahlen", 2. Aufl, Berlin 1936. Eine 3. Auflage soll in Kürze erscheinen. Rückstrahlmessungen mit dem Zählrohr beschreiben Möller und Neerfeld im Arch. Eisenhüttenw. 19 (1948) S. 187 (= Mitt. KWI.Eisenf. Abb. 478), die Zählrohreinrichtung mit verschiebbarer Blende Carapella und Kaiser in Rev. Scient. Instr. 16 (1945), Nr. 8, S. 214. Über die kristallographische Richtungsabhängigkeit der E- und ν-Werte siehe Hauk, Z. Metallk. 30 (1944) S. 120 und über die röntgenogr. Mittelwerte Möller und Martin, Mitt. KWI. Eisenf. 21 (1939) S. 261 und 24 (1942) S. 41. Die Kinematographie von Röntgeninterferenzen beschreibt Neerfeld im Arch. Eisenhüttenw. 19 (1948) S. 191 (= Mitt. KWI. Eisenf. Nr. 477).

Weitere Literaturangaben findet man in obengenannten Veröffentlichungen.

Spannungsmessungen mit Röntgenstrahlen.

Von Prof. Dr.-Ing. Ferd. Schleicher, Berlin.

Im folgenden sind typische Beispiele für die Anwendung des im vorstehenden Aufsatz Vaupel [1] behandelten röntgenographischen Verfahrens zur Spannungsmessung gegeben. Es wurden Messungen ausgewählt, die die Vorteile des röntgenographischen Verfahrens erkennen lassen oder bemerkenswerte Ergebnisse hatten. Die Versuche beziehen sich fast sämtlich auf Proben aus ausgesuchtem Stahlmaterial, das für diesen Zweck gut geeignet war, so daß für die Röntgen-Rückstrahlung besonders günstige Verhältnisse vorlagen und gute Meßgenauigkeit erreicht werden konnte.

Bei der Beurteilung der Beispiele achte man auf die folgenden Punkte:

1. Messungen an schwer zugänglichen Stellen, wo mechanische Dehnungsmessungen kaum möglich wären.
2. Messungen bei stark mit der Stelle veränderlichen Spannungszuständen.
3. Sehr kleiner Meßbereich.
4. Es werden die an der Oberfläche wirklich vorhandenen Spannungen gemessen, einschließlich der etwaigen Eigenspannungen. Plastische Dehnungsanteile bringen keine Beeinträchtigung der Meßergebnisse im Gegensatz zu den mechanischen Messungen, wo sie leicht zu einer Überschätzung der Spannungen führen.
5. Da die Oberflächenspannungen gemessen werden, ist ein Schluß auf die Schnittkräfte oder auf die Spannungsverteilung im Inneren des Querschnitts im allgemeinen nicht möglich.

A. Messung der Hauptspannungssumme.

In vielen Fällen genügt bereits die Summe der beiden Hauptspannungen, um wichtige Aufschlüsse zu vermitteln, z. B. wenn es sich um überwiegend einachsige Spannungszustände handelt, oder wenn man sich schnell eine allgemeine, wenn auch nur überschlägige Übersicht über die Spannungshöhe verschaffen will. Nach den Ausführungen bei Vaupel [1] ist nur eine einzige Röntgen-Rückstrahlaufnahme senkrecht zur Oberfläche der Probe erforderlich, um die Hauptspannungssumme zu bestimmen.

1. Schweißspannungen.

Abb. 1 zeigt den Verlauf der Gitterkonstanten d im Mittelschnitt eines stumpf geschweißten Flußstahlbleches.

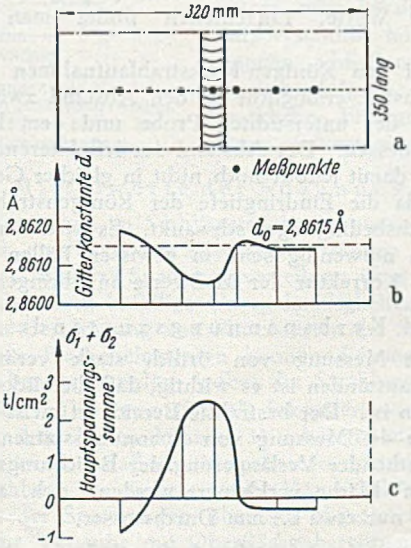


Abb. 1. Oberflächenspannungen (Gitterkonstanten bzw. Hauptspannungssummen $\sigma_1+\sigma_2$) an einem stumpf geschweißten Blech. Nach Möller u. Barbers [2] S. 21.

Bei Annahme eines Nullwertes $d_0 = 2{,}8615$ Å, sowie mit $E = 2100$ t/cm² und $\mu = 0{,}28$ kann daraus die Hauptspannungssumme zu $\sigma_1 + \sigma_2 = -7500 \cdot \Delta d/d_0$ (in t/cm²) berechnet werden.

Bei diesem Beispiel wird man, besonders bei dem Meßpunkt auf der Schweißnaht, nicht annehmen dürfen, daß der Spannungszustand einachsig ist. Die Messung mit Senkrechteinstrahlung allein genügt also hier nicht, um den Spannungszustand zu beurteilen.

2. Eigenspannungen einer Stahlwelle.

Die Eigenspannungen werden oft aus den elastischen Formänderungen bestimmt, die sich bei der Zerlegung der Proben einstellen. Z. B. für eine Stahlwelle bestimmte man die Eigenspannungen infolge des Abschreckens, indem man beim stufenweisen Ausbohren der Probe sowohl mechanische Dehnungsmessungen (aus denen die Spannungen berechnet werden können) als auch Röntgen-Rückstrahlungsmessungen ausführte. Vgl. Möller [3] S. 216 sowie Wever u. Möller [4].

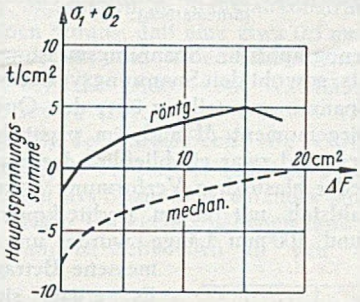


Abb. 2. Hauptspannungssummen an der Oberfläche einer ausgebohrten Welle von 50 mm Durchmesser. ΔF = ausgebohrter Querschnitt. Nach Möller [3] S. 216.

Wie Abb. 2 zeigt, wird zwar der Verlauf der Hauptspannungssumme nach beiden Verfahren übereinstimmend erhalten. Die absolute Höhe ergibt sich dagegen aus den mechanischen Dehnungsmessungen vollkommen falsch, da die Spannungen im Restquerschnitt durch Extrapolation nicht zutreffend abgeschätzt werden können.

Ähnliches gilt auch für Messungen, wie sie ausgeführt wurden, um Schweißspannungen zu bestimmen. Bei der Beurteilung derartiger Versuchsergebnisse, die durch Zerlegung der Proben in kleine Streifen gewonnen sind, müssen wohl in vielen Fällen entsprechende Vorbehalte gemacht werden.

3. Plastische Biegung.

Treten unter einer Belastung plastische Formänderungen auf, dann sind die Ergebnisse von mechanischen Dehnungsmessungen häufig unbrauchbar. Es ist im allgemeinen unmöglich, die beobachtete Gesamtdehnung zuverlässig in einen elastischen und in einen plastischen Anteil zu zerlegen. Bei den mechanischen Verfahren werden nämlich lediglich die gesamten Veränderungen zwischen zwei bestimmten Belastungsstufen gemessen. Die zugehörigen elastischen Formänderungsanteile können dabei nur ermittelt werden, wenn eine Zwischenentlastung stattfindet. Aber auch bei völliger Entlastung ist die Gleichsetzung von elastischer Dehnung und Belastungsdehnung nur mit Einschränkungen erlaubt, u. a. da hohe Eigenspannungen bei der Entlastung zu neuen plastischen Verformungen führen können. Über die absolute Spannungshöhe kann daher bei mechanischen Messungen im allgemeinen nichts ausgesagt werden, da man eben nicht weiß, wieweit der Spannungszustand durch Eigenspannungen verändert wird. Die Beispiele von Abschnitt 4 und 9 zeigen, wie leicht man selbst bei verhältnismäßig kleinen plastischen Verformungen zu erheblichen Fehlern kommen kann.

Bei den röntgenographischen Verfahren wird dagegen immer die absolute Spannungshöhe gemessen, ohne daß eine Zwischenentlastung notwendig wird. Die zu einem Belastungsintervall gehörende Spannungsdifferenz bedingt allerdings jeweils zwei Röntgen-Messungen.

Nach der sog. klassischen Plastizitätstheorie soll der Spannungszustand von dehnbarem Stahl usw. unverändert an der Fließgrenze bleiben, wenn sich der Fließbereich mit wachsendem Biegemoment immer mehr ausbreitet, d.h. die Plastizitätstheorie setzt voraus, daß die Abhängigkeit zwischen Randspannung σ_1 und Biegemoment M der Abb. 3 entspricht.

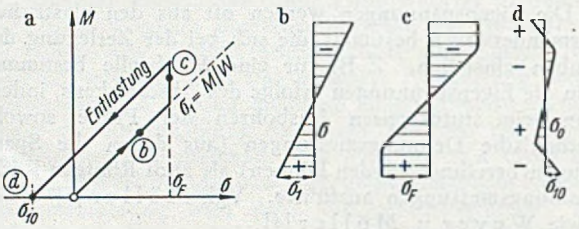


Abb. 3. Biegespannungen nach der klassischen Plastizitätstheorie (Schematisch).

Die röntgenographische Spannungsmessung ermöglicht es nun erstmals, sowohl den Spannungsverlauf $\sigma_1 = \sigma_1(M)$, als auch die Spannungsverteilung über den Querschnitt bei gegebenem Biegemoment M auch im plastischen Bereich zu kontrollieren, und zwar einschließlich der Eigenspannungen, die bei jeder plastischen Verformung auftreten.

a) Ein Stahlstab mit einem Rechteckquerschnitt von 10 · 1,91 mm und 100 mm Länge wurde um genau gemessene Beträge gebogen. Es ergab sich der in Abb. 4 dargestellte Zusammenhang zwischen den Gitterkonstanten (bzw. den Hauptspannungssummen) und den Durchbiegungen. Die ersten Fließerscheinungen an der Oberfläche sind danach bei einer Durchbiegung von 1,6 mm eingetreten. Bei Vergrößerung der Durchbiegung auf 2 mm fiel die Oberflächenspannung merklich ab.

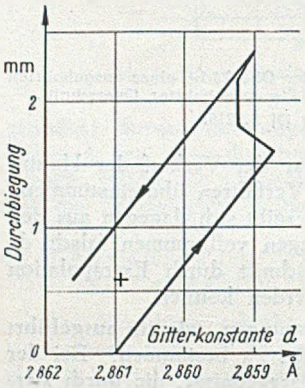


Abb. 4. Hauptspannungssummen bei reiner Biegung (Zugseite). Nach Möller u. Barbers [2] S. 26.

Nach der Entlastung verblieben Eigenspannungen, die an der Oberfläche 1,8 t/cm² erreichten. Das Kreuz in Abb. 4 bezeichnet den Mittelwert der Eigenspannungen an Oberseite und Unterseite des Stabes.

Die Mittelwerte von Messungen an einem plastisch gebogenen Stab von 25 · 25 mm Querschnitt zeigt Abb. 5.

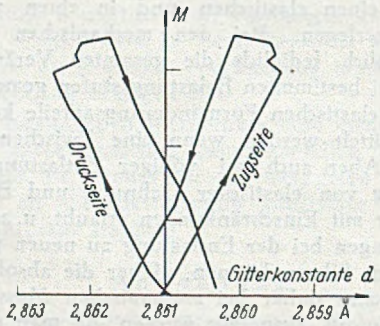


Abb. 5. Hauptspannungssummen bei plastischer Biegung. Nach Möller u. Barbers [5] S. 160.

Bei diesen und anderen Biegeversuchen wurden teilweise Hauptspannungssummen gemessen, die erheblich über der normalen Streckgrenze lagen. Zuverlässige Schlüsse auf die Längsspannungen sind hier jedoch aus verschiedenen Gründen nicht möglich. Die betreffenden Messungen wären nach heutiger Kenntnis etwas anders auszuwerten. In den Abb. 4 und 5 sind deshalb nur die gemessenen Netzebenen-Abstände angegeben, nicht aber die zugehörigen Spannungen.

B. Messungen von einzelnen Spannungskomponenten.

Durch mehrere Röntgen-Rückstrahlaufnahmen schräg zur Oberfläche kann die Größe der einzelnen Hauptspannungen σ_1 bzw. σ_2 und auch die Richtung der Hauptachsen bestimmt werden.

Für die praktische Anwendung ist es wichtig, daß die Normalspannung σ in einer beliebigen Richtung schon aus zwei Aufnahmen (je einmal normal und schräg) berechnet werden kann. Man vgl. [6] bis [8].

Theoretisch kann man den ganzen Spannungszustand schon aus einer einzigen Schrägaufnahme bestimmen. Die Meßgenauigkeit sinkt dann jedoch so stark ab, daß dieses Verfahren z.B. für die Zwecke des Stahlbaus nicht mehr in Frage kommt. Man vgl. etwa [7] und [8].

Wegen der theoretischen Grundlagen für die Auswertung von Röntgen-Rückstrahlaufnahmen, insbesondere von Schrägaufnahmen, sei auf [9] bis [12] sowie Glocker [19] S. 591 u.f. verwiesen. Die Theorie ist nicht zu trennen von der Betrachtung der Anisotropie der Eisenkristalle. Diese ist der Grund dafür, daß für die Umrechnung der röntgenographisch gemessenen Dehnungen in elastischen Spannungen besondere „röntgenographischen Elastizitätskonstanten" benutzt werden müssen.

Die Frage der Umrechnung der röntgenographisch gemessenen Dehnungen in Spannungen ist für Stahl noch nicht völlig geklärt. Allgemeingültige röntgenographische Elastizitätskonstanten scheinen nach Bollenrath und Hauk [17] S. 165 für Stahl nicht anwendbar zu sein. Die röntgenographischen Elastizitätskonstanten ändern sich danach nicht nur mit den reflektierenden Netzebenen und der benutzten Röntgenstrahlung (also mit den Aufnahmebedingungen), sondern auch mit weiteren Einflüssen (z.B. mit dem Gefüge), die bisher noch nicht ausreichend bekannt sind. Für genaue Röntgen-Spannungsmessungen an Stählen ist man deshalb vorläufig noch gezwungen, die erforderlichen Korrekturfaktoren durch die gleichzeitige Messung der mechanischen und der röntgenographischen Dehnungen an einem Vergleichsstab zu bestimmen. Bei vergüteten Stählen mit mittlerem Kohlenstoffgehalt ergeben die Vorschläge von Neerfeld [15] jedoch bereits brauchbare Werte. Einzelheiten findet man in [13] bis [17].

Der bei den Röntgen-Rückstrahlaufnahmen meist benutzte Eichstoff ermöglicht es, den Abstand zwischen der Oberfläche der untersuchten Probe und dem Film sehr genau zu messen. Der Abstand der reflektierenden Netzebenen ist damit jedoch noch nicht in gleicher Genauigkeit bekannt, da die Eindringtiefe der Röntgenstrahlung mit den Versuchsbedingungen schwankt. Es wird deshalb vielleicht noch notwendig sein, in gewissen Fällen eine entsprechende Korrektur der Meßwerte anzubringen.

4. Kerbspannungszustände.

Für die Messung von örtlich stark veränderlichen Spannungszuständen ist es wichtig, daß die rückstrahlende Fläche klein ist. Der bestrahlte Bereich ist meist 1—2 mm² groß. Für die Messung von Spannungsspitzen kann er bei entsprechender Verlängerung der Belichtungszeiten bis auf 0,1 mm² Fläche verkleinert werden, d.h. auf einen Punkt von nur etwa 0,4 mm Durchmesser.

a) Torsionsstab mit Querbohrung.

Am Rande einer 10 mm weiten Bohrung durch einen zylindrischen Stab von 20 mm Dicke wurde die tangentiale Normalspannung σ_t für den Fall einer elastischen Torsionsbelastung gemessen. Das Ergebnis ist in Abb. 6

dargestellt. Die bestrahlte Oberfläche wurde hier bis auf 0,5 mm² Größe abgeblendet. Auf den 8 mm langen Quadranten entfielen 7 Meßstellen. Vgl. Glocker [19] S. 606.

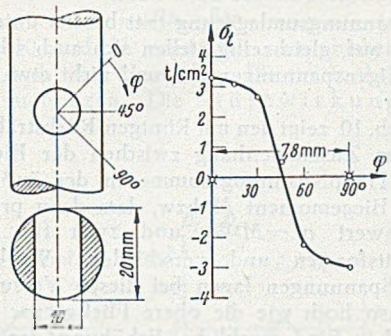


Abb. 6. Tangentiale Normalspannung am Rande der Bohrung. Torsionsbelastung. Nach Gisen, Glocker u. Osswald [18] S. 154.

b) Torsionsstab mit plastischer Verformung.

An einer ähnlichen Probe wurden die tangentialen Randspannungen im plastischen Bereich gemessen. Die Fließgrenze beim üblichen Zugversuch war 3,3 t/cm². Die röntgenographisch gefundenen Spannungen unter Torsionsbelastung sind in Abb. 7a dargestellt, Abb. 7b zeigt die Eigenspannungen nach der Entlastung. Die Summe c) aus den Belastungsspannungen a) und den Eigenspannungen b) könnte man etwa nach den üblichen Verfahren durch Messung der elastischen Dehnungsunterschiede zwischen den beiden Belastungszuständen feststellen; sie entspricht im wesentlichen der Spannungsverteilung Abb. 6 für rein elastische Beanspruchung. Vgl. Glocker [19] S. 607 oder [20] S. 328.

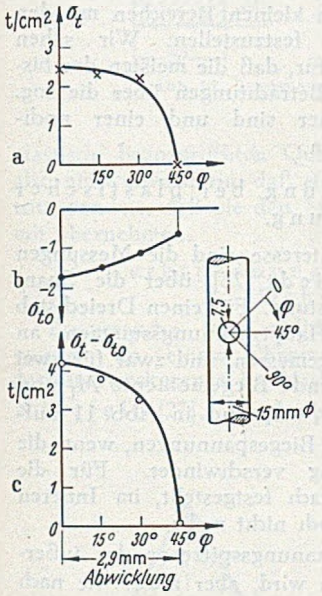


Abb. 7. Tangentiale Normalspannung bei plastischer Torsion. Nach Glocker [20] S. 328. (σ_{to} = Eigenspannung).

Eine solche einwandfreie Trennung der unter Höchstlast wirklich vorhandenen Spannungen von den Eigenspannungen wäre mit den älteren Meßverfahren nicht möglich. Aus Messungen der „elastischen Dehnungen" würde man in diesem Falle auf wesentlich höhere Spannungen schließen und vermutlich folgern, daß eine merkliche Fließgrenzenerhöhung eingetreten sei.

5. Mittelwerte der Spannungen.

Bei Messungen an Stahlbauten ist es meist erwünscht, daß örtlich eng begrenzte Spannungsstörungen ausgeschaltet und das Bild der Spannungsverteilung über den Querschnitt nicht durch zufällige Unregelmäßigkeiten verfälscht wird. Zur Bestimmung von Mittelwerten der Spannungen in größeren Flächenelementen können die sog. Sammelkammern benutzt werden, wobei die Strahlung von größeren Flächen (bis etwa 50 mm²) fokussiert wird.

In manchen Fällen können Mittelwerte auch dadurch gewonnen werden, daß die Aufnahmevorrichtung während der Bestrahlung verschoben wird. Man erhält dann einen Mittelwert der Spannungen über der abgetasteten Fläche. Über solche Versuche mit Oberflächenbereichen von mehreren cm² Größe berichteten Möller u. Martin [21]. Es ist danach Voraussetzung, daß sich der Abstand zwischen Film und Werkstück bei der Mittelwertaufnahme nur sehr wenig ändert. Auf Baustellen wird das Verfahren deshalb nur ausnahmsweise in Betracht kommen.

6. Oberflächenspannungen (Walzhäute usw.).

Bei den Röntgen-Rückstrahlaufnahmen werden die Netzebenen-Abstände in einer dünnen Oberflächenschicht gemessen, deren Dicke bei den üblichen Versuchsbedingungen nicht über 0,1 mm hinausgeht. Es ist nun bekannt, daß beim Abschrecken von erhitztem Stahl an der Oberfläche hohe Druckspannungen entstehen, denen im Inneren des Querschnittes Zugspannungszustände entsprechen. Ähnliches gilt für die sog. Walzhaut der Stahlbauprofile.

Auch die Oberflächenbearbeitung kann die Ergebnisse von Spannungsmessungen erheblich beeinflussen. Bei der üblichen spanabhebenden Bearbeitung tritt nämlich eine Kaltverformung ein, die in einer etwa 0,2 mm dicken Schicht zu hohen Eigenspannungen führen kann. In 0,5 mm Tiefe sind diese Spannungen i. a. jedoch praktisch bereits verschwunden. Nur bei sehr grober Bearbeitung kann der Werkstoff sogar auf 0,5 mm Tiefe und mehr verformt werden.

Der Zustand der Oberfläche muß daher bei Messungen mit Röntgenstrahlen unbedingt beachtet werden, weil sonst erhebliche Fehlschlüsse möglich sind. Vgl. Möller und Roth [22]. Messungen an Stahlbaukonstruktionen setzen im allgemeinen voraus, daß eine etwa 0,5 mm dicke Schicht abgeätzt wird, um die Oberflächenspannungen auszuschalten. Über die Dicke von Walzhäuten vgl. man Wever u. Rose [23].

Messungen in der Schweißzone von geschweißten Stahlträgern ergaben z. T. äußerst schnelle und sehr starke Veränderlichkeit des Spannungszustandes längs der Schweißung. Aus diesen Unregelmäßigkeiten muß man wohl auf Risse und andere Fehlstellen in den Schweißnähten schließen.

C. Spannungen bei plastischer Verformung.

Die Anwendung der Spannungsmessungen mit Röntgenstrahlen bei Untersuchungen über den Beginn des Fließens, die Mechanik der Fließvorgänge und die Spannungsverteilung nach Eintritt plastischer Verformungen hat bereits wichtige Erkenntnisse vermittelt. Die bisherigen Versuchsergebnisse sind allerdings in dieser Hinsicht noch nicht völlig ausgewertet. Einige Punkte sind im folgenden angedeutet, eine eingehendere Untersuchung muß einem besonderen Aufsatz vorbehalten bleiben.

7. Zugstab über der Fließgrenze.

Bollenrath, Hauk u. Osswald [24] S. 132 untersuchten die Spannungsverteilung in einem Zugstab von quadratischem Querschnitt (obere Fließgrenze beim üblichen Zugversuch 2,8 t/cm², untere Fließgrenze 2,3 t/cm²). Es stellte sich heraus, daß die röntgenographisch gemessenen Längsspannungen an der Oberfläche nach einer größeren plastischen Dehnung des Stabes auf den einzelnen Seiten des Quadrates von sehr ungleicher Größe waren, und daß ihr Mittelwert σ weit unter der durchschnittlichen Spannung $\sigma_n = S/F$ blieb. Z. B. bei 1 % bleibender Dehnung und $\sigma_n = 2{,}33$ t/cm² Nennspannung war an den Seiten im Mittel $\sigma = 0{,}5$ t/cm², bei 3 % Dehnung und $\sigma_n = 2{,}6$ t/cm² im Mittel $\sigma = 1{,}4$ t/cm² vorhanden.

Die Spannungsverteilung über den Querschnitt muß also sehr ungleichmäßig sein. Für den Fall der plastischen Dehnung um 3 % ist sie in Abb. 8 dargestellt.

Nach der Entlastung bleiben hohe Eigenspannungen, deren Größe mit der Reckung zunimmt. An der Oberfläche des Stabes wurden Druckeigenspannungen bis etwa —3,0 t/cm² gemessen. Durch Abätzen wurde festgestellt, daß es sich dabei nicht etwa um einen Hauteffekt handelt, sondern daß rd. der halbe Querschnitt unter Druckeigenspannungen steht, die innere Hälfte unter Zugspannungen.

Es ist noch bemerkenswert, daß der Spannungszustand für dieses Beispiel einer „gleichmäßigen" Zugbelastung zwar an der Oberfläche angenähert einachsig war, im

Innern aber dreiachsig. Bei der Auswertung von (auch im vorliegenden Falle weitgehend benutzten) Senkrechtaufnahmen, die ja lediglich Hauptspannungssummen liefern, darf dies nicht außer acht gelassen werden.

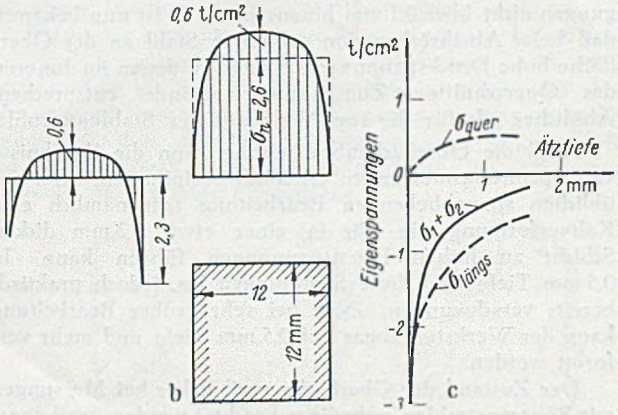


Abb. 8. Eigenspannungen nach plastischer Reckung um 3 % (Schematisch). Nach Bollenrath, Hauk u. Osswald [24] S. 132.

8. Druckstab über der Fließgrenze.

Für den Fall gleichmäßiger Druckbelastung wurden im Prinzip die gleichen Zusammenhänge festgestellt. Bei kreiszylindrischen Proben aus dem gleichen Werkstoff wie bei den Zugversuchen in Abschnitt 7 wurde die Druckfließgrenze bei —2,5 t/cm² erreicht, die untere Fließgrenze lag bei —2,34 t/cm². Die Hauptspannungssummen, die bei steigender Stauchung gemessen wurden, sind in Abb. 9 aufgetragen. Die Kurven zeigen a) die Spannungen unter Belastung, b) die Eigenspannungen nach Entlastung c) die Spannungsintervalle Belastung — Entlastung (Differenz aus a und b). Zum Vergleich sind die zugehörigen Nennspannungen σ_n angegeben.

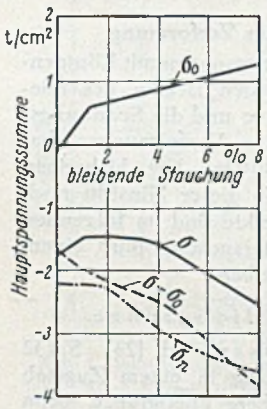


Abb. 9. Oberflächenspannungen σ bei plastischer Stauchung. (σ_0 = Werte nach Entlastung auf die Nennspannung $\sigma_n = -0,1$ t/cm²). Nach Bollenrath u. Schiedt [25] S. 539.

Auch hier stellen sich mit zunehmender plastischer Verformung steigende Eigenspannungen ein, und die Spannungsverteilung über den Querschnitt wird immer ungleichmäßiger. An der Oberfläche liegen die elastischen Spannungen tief unter der Nennspannung und weit unter der im üblichen Druckversuch bestimmten (durchschnittlichen) Fließgrenze. Da nur die Hauptspannungssumme gemessen wurde und die quergerichtete Hauptspannung nicht bekannt ist, bleibt eine gewisse Unsicherheit in den Längsspannungen.

9. Fließgrenzenerhöhung?

Wir verstehen jetzt erst den Verlauf der Randspannungen bei den Biegeversuchen Abb. 4 und 5. Wenn das Biegemoment nach Eintritt der Fließerscheinungen noch weiter vergrößert wird, fallen die Oberflächenspannungen erheblich ab, entsprechend den gleichzeitig auftretenden entlastenden Eigenspannungen. Der Abfall beträgt die Hälfte der Nennspannung und mehr, was mit den Feststellungen bei den Zug- und Druckversuchen übereinstimmt. Wenn ein immer größerer Teil des Querschnitts plastiziert wird, kann die Spannungsverteilung natürlich gar nicht geradlinig bleiben.

Bei Biegebelastung ist die äußere Schicht beim Fließen stärker behindert als bei „gleichmäßigem" Zug oder Druck. Es ist deshalb wahrscheinlich, daß die übrigen Komponenten des Eigenspannungszustandes im Vergleich zur Längsspannung (d. h. der eigentlichen Biegespannung) größere Bedeutung haben als etwa beim gewöhnlichen Zugversuch. Die Hauptspannungssumme allein dürfte deshalb auch an der Oberfläche nicht immer ausreichen, um zuverlässige Schlüsse zu ziehen.

Die Spannungsumlagerung tritt bereits unter steigender Belastung auf, gleichzeitig stellen sich auch schon die endgültigen Eigenspannungen ein, und nicht etwa erst bei der Entlastung.

Die Abb. 10 zeigt den mit Röntgen-Rückstrahlaufnahmen gemessenen Zusammenhang zwischen der Biegespannung bzw. der Hauptspannungssumme in der äußersten Faser und dem Biegemoment M bzw. dem dazu proportionalen Rechnungswert $\sigma_1 = M/W$, und zwar für verschiedene Querschnittsformen und verschiedene Werkstoffe. Die höchsten Spannungen lagen bei diesen Versuchen jeweils etwa ebenso hoch wie die obere Fließgrenze im üblichen Zugversuch. Eine merkliche Erhöhung der Fließgrenze bei Biegung fand nicht statt.

Im Falle der Abb. 10b wurde gleichzeitig auch ein mechanischer Dehnungsmesser aufgesetzt, welcher nach der Entlastung von $\sigma_{ber} = M/W = 2,9$ t/cm² eine kaum meßbare bleibende Dehnung, nämlich nur etwa $\varepsilon_{bleib} = 0,000\,007$, anzeigte. Nach der mechanischen Dehnungsmessung würde man also in diesem Falle auf eine Spannung von etwa 2,9 t/cm² schließen, während nach der röntgenographischen Messung nur 1,5 t/cm² vorhanden war.

Dies ist ein typisches Beispiel für die Schwierigkeiten, bleibende Formänderungen in kleinen Bereichen mit den mechanischen Meßverfahren festzustellen. Wir sehen darin einen neuen Beweis dafür, daß die meisten der bisherigen Beobachtungen und Betrachtungen über die sog. Fließgrenzenerhöhung unsicher sind und einer nochmaligen Überprüfung bedürfen.

10. Spannungsverteilung bei plastischer Biegung.

Von ganz besonderem Interesse sind die Messungen von Bollenrath u. Schiedt [26] über die Spannungsverteilung bei Biegebelastung. Für einen Dreieckstab (Abb. 10d) wurden die Hauptspannungssummen an 12 Punkten der Dreieckseite gemessen, und zwar für zwei über der Fließbelastung liegende Biegemomente M_I und M_{II}. Die gemessenen $\sigma_R = \sigma_1 + \sigma_2$ sind in Abb. 11 aufgetragen, sie entsprechen den Biegespannungen, wenn die quergerichtete Hauptspannung verschwindet. Für die Oberfläche wurde dies mehrfach festgestellt, im Inneren des Querschnitts gilt dies jedoch nicht mehr.

Man erkennt, daß die Spannungsspitze an der äußersten Faser zwar abgeschnitten wird, aber nicht, wie nach der klassischen Plastizitätstheorie (Abb. 11d) zu erwarten wäre, bis auf den Wert der Fließgrenze, sondern noch wesentlich stärker. Die Spannung an der Randfaser bleibt auch in diesem Falle bei ansteigender Belastung nicht an der Fließgrenze, sondern sie fällt stark ab. Der Ort der größten Spannungssumme wandert mit der Belastungshöhe.

Wie weit die an der Oberfläche beobachtete Spannungsverteilung auch für das Innere des Querschnittes gilt, ist noch nicht ganz geklärt. Die in [26] ausgeführte Vergleichsrechnung macht es jedoch wahrscheinlich, daß im Inneren des Querschnitts ähnliche Spannungsverteilungen vorhanden sind. Die Bemerkung in [26] S. 1098, daß die Lage der neutralen Faser bei der plastischen Biegung erhalten bleibt, ist jedoch unzutreffend. Bei unsymmetrischen Querschnitten ergibt sich nach teilweiser Plastizierung immer eine Verschiebung der Null-Linie, die allerdings bei der begrenzten Genauigkeit der Messungen schwer festzustellen sein dürfte.

Für den teilweise plastizierten Biegestab war die gemessene Randspannung bei diesen Versuchen angenähert

$$\sigma_R \approx \sigma_F - (\sigma_{ber} - \sigma_F) \approx \sigma_F + \sigma_o$$

und die zugehörige Eigenspannung nach der Entlastung

$$\sigma_o \approx \sigma_R - \sigma_F$$

Der Größtwert der beobachteten Spannungen war etwa

$$_{max}\sigma_R = \sigma_F.$$

Die Abb. 10 und 11 sind mit den bisherigen Anschauungen nach der klassischen Plastizitätstheorie nicht in Einklang zu bringen. Die Stützwirkung der rein elastisch beanspruchten Querschnittsteile besteht danach also nicht etwa darin, daß eine Fließgrenzenerhöhung eintritt, sondern daß sie den Spannungsabfall im Fließgebiet mit übernehmen.

Bemerkenswert ist, daß die an den Kerben gemessenen Oberflächen-Zugspannungen kurz vor dem Bruch beinahe verschwinden, während die zugehörigen Eigenspannungen etwa die Höhe der Druckfließgrenze (Quetschgrenze) erreichen.

Für die Längsspannung wurden mehrere Einzelwerte beobachtet, die bis zu etwa 25 % über der Streckgrenze lagen. Die zugehörigen Querspannungen usw. sind allerdings nicht ausreichend bekannt. Bei den verwickelten Zusammenhängen kann deshalb nicht ohne weiteres auf eine gleichgroße Fließgrenzenerhöhung geschlossen werden.

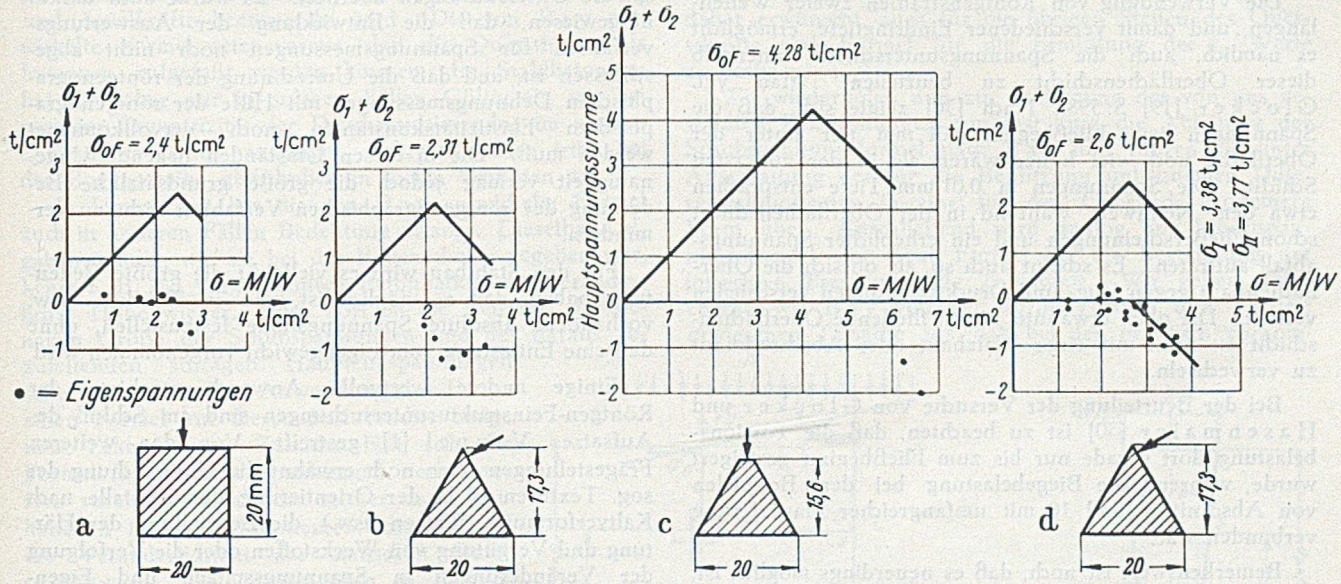


Abb. 10. Randspannungen bei plastischer Biegung. (σ_{oF} = im üblichen Zugversuch bestimmte obere Fließgrenze.)
Nach Bollenrath u. Schiedt [26] S. 1096 u. 97.

11. Kerbspannungen bei plastischer Dehnung.

Zugversuche mit seitlich eingekerbten Flachstählen wurden an einem Chrom-Molybdänstahl durchgeführt, dessen Streckgrenze im Mittel $\sigma_{oF} = 7{,}5$ t/cm² betrug, vgl. Neerfeld [27]. Im plastischen Bereich zeigte sich dabei eine ähnliche Abhängigkeit der Spannungen von der Belastungshöhe wie bei den Biegeversuchen von Abschnitt 9: Die einzelnen Spannungen bleiben nur für eine ganz bestimmte Höhe der Belastung etwa an der Fließgrenze σ_{oF}, bei höherer Belastung tritt im allgemeinen ein Spannungsabfall ein. Der Abfall der Kerbspannungen entspricht etwa den Werten bei den Biegerandspannungen (Abschnitt 10); an ursprünglich niedriger beanspruchten Stellen, die erst später fließen, wurde der Abfall z. T. noch steiler beobachtet.

Falls bei den hier untersuchten Kerbspannungszuständen überhaupt eine Fließgrenzenerhöhung vorhanden ist, bleibt sie jedenfalls weit hinter dem Ausmaß zurück, das man nach früheren mechanischen Dehnungsmessungen erwarten würde. Auch andere Untersuchungen deuten darauf hin, daß die bisherigen Ansichten über die Erhöhung der Fließspannungen durch die Stützwirkung bei inhomogenen Spannungszuständen nicht zutreffen. Man vgl. Dehlinger, Kochendörfer, Held u. Lörcher [28] sowie die grundlegende Arbeit von Rinagl [29].

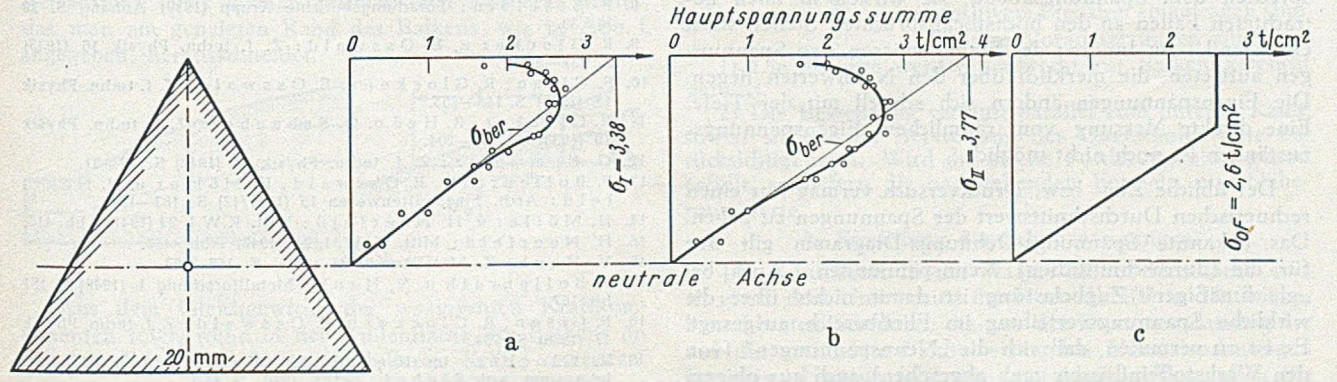


Abb. 11. Spannungsverteilung bei plastischer Biegung. Rechnerische Randspannungen bei Annahme linearer Verteilung
a) für σ_I = 3,38 t/cm² und
b) für σ_{II} = 3,77 t/cm².
Nach Bollenrath u. Schiedt [26] S. 1097.

12. Fließbeginn und Mechanik der Fließvorgänge.

Der Beginn der Fließerscheinungen an der Oberfläche eines Versuchsstückes kann mit Röntgen-Rückstrahlaufnahmen viel zuverlässiger beobachtet werden als mit den bisherigen Methoden. Es sei hier nochmals an die Fehl-

schlüsse erinnert, die sich ergeben, wenn man den Anteil der plastischen Formänderungen und die Eigenspannungen nicht zutreffend erfaßt.

Die Fließerscheinungen setzen bei den Zug- bzw. Torsionsversuchen von Glocker u. Hasenmaier [30] schon bei Nennspannungen von $^1/_2$ bis $^2/_3 \cdot \sigma_F$ ein, und zwar zunächst in einer Haut von etwa 0,01 mm Dicke.

Die Verwendung von Röntgenstrahlen zweier Wellenlängen, und damit verschiedener Eindringtiefe, ermöglicht es nämlich, auch die Spannungsunterschiede innerhalb dieser Oberflächenschicht zu beurteilen. Man vgl. Glocker [19] S. 598. Nach [30] zeigte sich, daß die Spannungen beim Fließbeginn 0,01 mm tief unter der Oberfläche noch viel höher waren als in der äußersten Schicht. Die Spannungen in 0,01 mm Tiefe entsprachen etwa dem Nennwert, während in der Oberflächenschicht schon Fließerscheinungen und ein erheblicher Spannungsabfall auftraten. Es scheint auch so, als ob sich die Oberflächenhaut gegen Zug- und Druckspannungen verschieden verhält. Die oben erwähnte, zuerst fließende Oberflächenschicht ist nicht mit einer Walzhaut oder Abschreckhaut zu verwechseln.

Bei der Beurteilung der Versuche von Glocker und Hasenmaier [30] ist zu beachten, daß die Torsionsbelastung dort gerade nur bis zum Fließbeginn gesteigert wurde, während die Biegebelastung bei den Beispielen von Abschnitt 9 und 10 mit umfangreicher Plastizierung verbunden war.

Bemerkenswert ist noch, daß es neuerdings möglich ist, die Dehnungen bei langsam verlaufenden Fließvorgängen kinematographisch aufzunehmen, vgl. Vaupel [1] Abb. 3. Damit ist ein weiteres Hilfsmittel gegeben, um die Veränderung des Spannungszustandes im Verlaufe von Fließ- und Kriechvorgängen zu untersuchen.

13. Eigenspannungen nach plastischer Verformung.

Für die nach plastischer Verformung verbleibenden Eigenspannungen wurden mehrere Beispiele gegeben. Bei Zug- wie bei Druckbelastung ergeben sich an der Oberfläche hohe Eigenspannungen, die den Belastungsspannungen entgegenwirken. Die Eigenspannungszustände entsprechen dem Spannungsabbau, sie wirken in allen betrachteten Fällen an den höchstbeanspruchten Stellen stark entlastend. Im Inneren des Stabes müssen also Spannungen auftreten, die merklich über den Nennwerten liegen. Die Eigenspannungen ändern sich schnell mit der Tiefe. Eine direkte Messung von räumlichen Eigenspannungszuständen ist noch nicht möglich.

Der übliche Zug- bzw. Druckversuch vermag nur einen rechnerischen Durchschnittswert der Spannungen zu geben. Das bekannte Spannungs-Dehnungs-Diagramm gilt nur für die (durchschnittlichen) Nennspannungen. Auch bei „gleichmäßiger" Zugbelastung ist damit nichts über die wirkliche Spannungsverteilung im Fließbereich ausgesagt. Es ist zu vermuten, daß sich die „Nennspannungen" (von den Werkstoffeinflüssen ganz abgesehen) auch aus obigem Grunde etwas mit den Abmessungen der untersuchten Proben ändern. Ob das Fließen immer mit einem Spannungsabfall an der Oberfläche verbunden ist, muß noch geklärt werden, vgl. Neerfeld [31] S. 185.

14. Ausblick.

Die in der Feinstruktur-Untersuchung mittels Röntgenstrahlen liegenden Möglichkeiten sind bei den Bauingenieuren bisher so gut wie unbeachtet geblieben. Nach Vorstehendem wird es sich offenbar lohnen, diesen Fragen künftig mehr Aufmerksamkeit zu schenken. Die betreffenden Verfahren bieten viele, z. T. grundsätzlich neue Möglichkeiten der Werkstoffprüfung. Durch Messungen der Röntgen-Rückstrahlung ist eine Entscheidung über viele Fragen zu erhoffen, die bisher unbeantwortet bleiben mußten. Die Auswirkung der röntgenographischen Untersuchungsmethoden ist darum heute noch nicht abzuschätzen.

Bei der schnellen Entwicklung dieses Forschungszweiges sind natürlich manche der veröffentlichten Ergebnisse durch spätere Untersuchungen überholt. Es wurde auch darauf hingewiesen, daß die Entwicklung der Auswertungsverfahren für Spannungsmessungen noch nicht abgeschlossen ist, und daß die Umrechnung der röntgenographischen Dehnungsmessungen mit Hilfe der röntgenographischen Elastizitätskonstanten noch vervollkommnet werden muß. Die in diesen Umständen liegende Ungenauigkeit vermag jedoch die große grundsätzliche Bedeutung der röntgenographischen Verfahren nicht zu vermindern.

Für den Stahlbau wird es vielleicht die größte Bedeutung haben, daß es möglich ist, die in Brücken usw. vorhandene absolute Spannungshöhe festzustellen, ohne daß eine Entlastung vom Eigengewicht vorgenommen wird.

Einige andere wertvolle Anwendungsgebiete der Röntgen-Feinstrukturuntersuchungen sind am Schluß des Aufsatzes Vaupel [1] gestreift. Von den weiteren Fragestellungen seien noch erwähnt die Untersuchung der sog. Texturen (d. h. der Orientierung der Kristalle nach Kaltverformung, Walzen usw.), die Beurteilung der Härtung und Vergütung von Werkstoffen oder die Verfolgung der Veränderungen in Spannungsspitzen und Eigenspannungen, die sich im Verlauf einer periodischen Dauerbelastung ergeben. In gewissen Fälle wird es ferner möglich sein, die Ermüdungserscheinungen von Baustahl bei Dauerbelastung zu beurteilen und Schlüsse auf die weitere Lebensdauer zu ziehen.

Literaturverzeichnis.

1. O. Vaupel: Bauing. 24 (1949) S. 114.
2. H. Möller u. J. Barbers: Mitt. K. W. Inst. f. Eisenforschung zu Düsseldorf 16 (1934) Abb. 247.
3. H. Möller: Arch. Eisenhüttenwesen 8 (1934/35) S. 213—218.
4. F. Wever u. H. Müller: Mitt. K. W. I. 18 (1936) Abb. 297.
5. H. Möller u. J. Barbers: Mitt. K. W. I. 17 (1935) Abb. 282.
6. H. Möller: Mitt. K. W. I. 21 (1939) Abb. 387.
7. H. Möller u. H. Neerfeld: Mitt. K. W. I. 21 (1939) Abb. 386.
8. F. Stäblein: Forschungsberichte Krupp (1939) Anhang S. 29 bis 33.
9. R. Glocker u. E. Osswald: Z. f. techn. Physik 16 (1935) S. 237—242.
10. F. Gisen, R. Glocker u. E. Osswald: Z. f. techn. Physik 17 (1936) S. 145—155.
11. R. Glocker, R. Heß u. O. Schaaber: Z. f. techn. Physik 19 (1938) S. 194—204.
12. G. Kemmnitz: Z. f. techn. Physik 23 (1942) S. 77—81.
13. F. Bollenrath, E. Osswald, H. Möller u. H. Neerfeld: Arch. Eisenhüttenwesen 15 (1941/42) S. 183—194.
14. H. Möller u. H. Neerfeld: Mitt. K.W.I. 23 (1941) Abb. 415.
15. H. Neerfeld: Mitt. K. W. I. 24 (1942) Abb. 433.
16. V. Hauk: Z. Metallkunde 35 (1943) S. 156—163.
17. F. Bollenrath u. V. Hauk: Metallforschung 1 (1946) S. 161 bis 167.
18. F. Gisen, R. Glocker u. E. Osswald: Z. f. techn. Physik 17 (1936) S. 154.
19. R. Glocker, im Handbuch der Werkstoffprüfung, Band 1, herausgeg. von Siebel, Berlin 1940, S. 606.
20. R. Glocker: Jb. 1936 Lilienthal-Ges. für Luftfahrtforschung, S. 320—333.
21. H. Möller u. Martin: Mitt. K. W. I. 24 (1942) Abb. 431.
22. H. Möller u. A. Roth: Mitt. K. W. I. 19 (1937) Abb. 320.
23. F. Wever u. A. Rose: Mitt. K. W. I. 18 (1936) Abb. 298.
24. F. Bollenrath, V. Hauk u. E. Osswald: Z. VDI. 83 (1939) S. 129—132.
25. F. Bollenrath u. E. Osswald: Z. VDI. 84 (1940) S. 539 bis 541.
26. F. Bollenrath u. E. Schiedt: Z. VDI. 82 (1938) S. 1094 bis 1098.
27. H. Neerfeld: Mitt. K. W. I. 27 (1944) Abb. 457.
28. U. Dehlinger, A. Kochendörfer, H. Held u. E. Lörcher: Z. Metallkunde 33 (1941) S. 233—235.
29. F. Rinagl: Bauing. 17 (1936) S. 431.
30. R. Glocker u. H. Hasenmaier: Z. VDI. 84 (1940) S. 825 bis 828.
31. H. Neerfeld: Arch. Eisenhüttenwesen 19 (1948) S. 181—185.

Schubspannungen und lotrechte Pressungen im Balken mit veränderlicher Höhe.

Von Dr.-Ing. Peter Bonatz, Frankfurt/Main.

Im „Ingenieur-Archiv" 7 (1936) S. 118 wurde von H. Bay eine Formel für die Ermittlung von Schubspannungen in der Bogenscheibe entwickelt. Allgemein ausgedrückt handelte es sich dabei um die Schubspannungen im Balken mit veränderlicher Höhe, der durch Biegung und Axialkräfte beansprucht wird. Die von Bay entwickelte Formel setzt voraus, daß die Querschnitte als homogen aufgefaßt werden können. Im Stahlbetonbau hat sie daher nur in solchen Fällen Gültigkeit, wo bei geringer Exzentrizität der Druckresultierenden im ganzen Querschnitt Druckspannungen auftreten. Dies trifft bei der Bogenscheibe gewöhnlich in vielen Schnitten zu.

In letzter Zeit hat die von Bay entwickelte Formel auch in anderen Fällen Bedeutung erlangt. Dieselbe Aufgabenstellung, wie sie bei der Bogenscheibe gegeben war, kehrt z. B. bei vorgespannten Betonbalken mit veränderlicher Höhe wieder. Auch dort ist die Kenntnis der genauen Größe der Schubspannungen und der daraus abzuleitenden schrägen Hauptzugspannungen sehr erwünscht. Die Anwendung der Bayschen Formel auf diesen Fall brachte einige neue Erkenntnisse. Zunächst läßt sich die Formel für die Schubspannungen noch insofern vereinfachen, als die seither darin enthaltenen Differentialquotienten, die sich auf die Veränderlichkeit der statischen Querschnittswerte beim Fortschreiten in Balkenlängsrichtung, ferner auf die Neigung der Balkenachse beziehen, durch die Neigung des ansteigenden oder fallenden Balkenrandes ausgedrückt werden können[1]. Weiter haben genauere Untersuchungen ergeben, daß die seither übliche Vernachlässigung der lotrechten Pressungen σ_y bei der Berechnung der schrägen Hauptspannungen doch zu wesentlichen Ungenauigkeiten führen kann. Die lotrechten Pressungen selbst und damit ihr Einfluß auf die Hauptspannungen sind nämlich beim Balken mit veränderlicher Höhe wesentlich größer als beim parallelgurtigen Träger. Eine einfache Begründung hierfür erhält man durch die Betrachtung eines kleinen prismatischen Körperelementes, das man am geneigten Rand des Balkens, wie in Abb. 1 angegeben, herausschneidet.

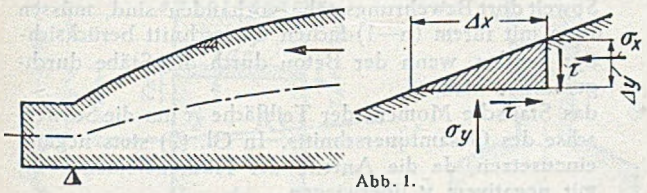


Abb. 1.

Aus dem Gleichgewicht der waagrechten Kraftkomponenten folgt, wenn in der Außenfläche des Balkens an der betreffenden Stelle keine äußeren Kräfte angreifen,

$$\tau \cdot \Delta x = \sigma_x \cdot \Delta y.$$

Diese Gleichung liefert die Schubspannungen τ am Balkenrand, wenn die Normalspannung σ_x bekannt ist. Sie zeigt, daß die Schubspannung am schrägen Balkenrand im Gegensatz zum parallelbesäumten Balken nicht gleich Null wird. Dasselbe trifft für die lotrechten Pressungen σ_y zu, denn man erhält sie aus der Gleichgewichtsbedingung für die lotrechten Kraftkomponenten

$$\sigma_y \cdot \Delta x = \tau \cdot \Delta y$$

zu

$$\sigma_y = \sigma_x \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2$$

[1] Von dieser vom Verfasser vorgeschlagenen Vereinfachung hat auch E. Mörsch: Statik der Gewölbe und Rahmen, Teil A, Stuttgart 1947, S. 696, bereits Gebrauch gemacht.

Je größer die Neigung des Balkenrandes gegenüber der Normalen zum Querschnitt ist, desto beträchtlichere Werte nimmt die Spannung σ_y also beispielsweise am Balkenrand an, ohne daß hieran der Einfluß einer örtlichen, stark konzentrierten äußeren Last beteiligt wäre. Es war daher erwünscht, auch für die übrigen Stellen des Querschnitts eine Formel für die Ermittlung der σ_y-Werte zu besitzen.

Wir wiederholen nun zur Festlegung der von uns gewählten Bezeichnungen zunächst kurz die Ableitung der Schubspannungsformel nach Bay und führen sie unter Ausschaltung der für die Benützung unbequemen Differentialquotienten in eine für den Gebrauch bequemere Form über. Anschließend wird analog zur Schubspannungsformel eine neue Formel für die Berechnung der lotrechten Pressungen σ_y entwickelt. Wir gehen dabei ebenso wie Bay von der durch Versuch und Theorie erwiesenen Tatsache aus, daß bei den praktisch vorkommenden Neigungen des Balkenrandes das Geradliniengesetz noch näherungsweise Gültigkeit hat. Die Bezeichnungen werden entsprechend Abb. 2 gewählt, wobei die gerichteten Größen mit positivem Pfeilsinn eingetragen sind.

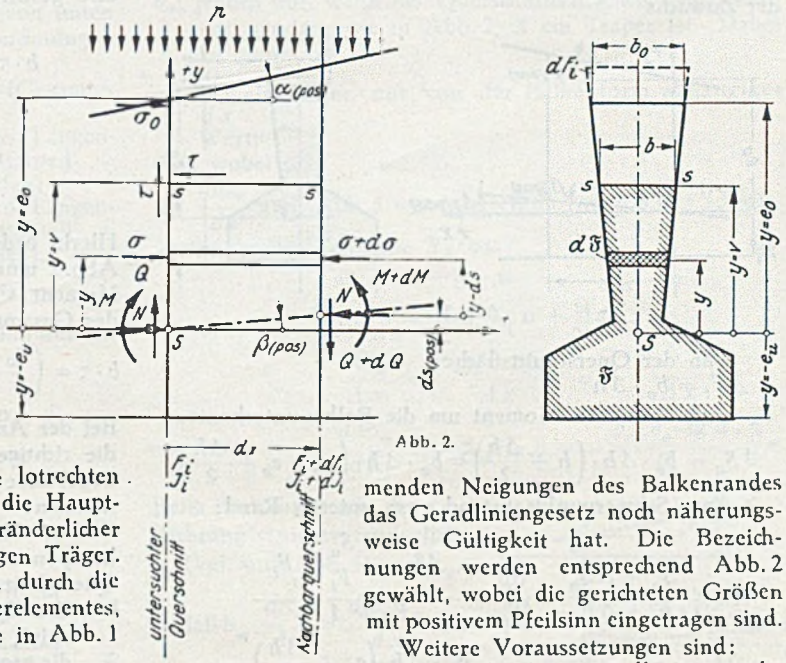


Abb. 2.

Weitere Voraussetzungen sind:

1) Die Schnitte werden senkrecht zur Balkenuntersicht geführt.

2) Die Bewehrung verläuft parallel zum unteren Rand, soweit sie bei der Berechnung der Querschnittswerte berücksichtigt wird. Wird die zweite Forderung nicht genau erfüllt, so liefern die nachstehenden Formeln nur Näherungswerte.

A. Ermittlung der Schubspannungen.

Die Schubkraft in der waagrechten Schnittfläche s—s ist gleich dem Unterschied der Normalkräfte in den beiden benachbarten Schnitten, die aus der Zusammenfassung der auf die umrandete Fläche wirkenden Normalspannungen bestehen. Hieraus folgt mit dem richtigen Vorzeichen für die in der Abb. 2 eingetragenen positiven Richtungen

$$b \cdot dx \cdot \tau = -\int_{y=-e_u}^{y=v} d\sigma \cdot d\mathfrak{F}$$

oder

$$b \cdot \tau = -\int_{y=-e_u}^{y=v} \frac{d\sigma}{dx} \cdot d\mathfrak{F} \qquad (1)$$

Zur Ausrechnung dieses Integrals muß zunächst der Wert $\frac{d\sigma}{dx}$ ermittelt werden, wobei $\sigma = \frac{N}{F_i} + \frac{M \cdot y}{J_i}$ ist. Beim Fortschreiten in der Balkenlängsrichtung um die Strecke dx ändern sich die Werte y um den Betrag $-ds$. Außer-

dem ändern sich mit x die Werte M, F_i und J_i. Nach den Regeln der Differentialrechnung ist somit:

$$\frac{d\sigma}{dx} = -\frac{N}{F_i^2}\cdot\frac{dF_i}{dx} + \frac{y}{J_i}\cdot\frac{dM}{dx} - \frac{M}{J_i}\cdot\frac{ds}{dx} - \frac{M\cdot y}{J_i^2}\cdot\frac{dJ_i}{dx}$$

Aus Abb. 2 erkennt man, daß $dM = Q\cdot dx - N\cdot dx\cdot \operatorname{tg}\beta$ und $ds = dx\cdot\operatorname{tg}\beta$ ist. In der Gleichung für dM konnte dabei der Einfluß von $p\cdot dx$ und dQ als klein zweiter Ordnung vernachlässigt werden. Es wird also:

$$\frac{d\sigma}{dx} = -\frac{N}{F_i^2}\cdot\frac{dF_i}{dx} + \frac{Q\cdot y}{J_i} - \frac{N\cdot y}{J_i}\operatorname{tg}\beta - \frac{M}{J_i}\cdot\operatorname{tg}\beta - \frac{M\cdot y}{J_i^2}\cdot\frac{dJ_i}{dx} \qquad (2)$$

Die Gl. (2) läßt sich durch Ausrechnung der Werte $\frac{dF_i}{dx}$, $\frac{dJ_i}{dx}$ und $\operatorname{tg}\beta$ weiter vereinfachen. Da die seitlichen Dreiecke der Zuwachsfläche von vornherein vernachlässigt werden können — sie fallen nämlich beim Grenzübergang als klein zweiter Ordnung heraus — so beträgt nach Abb. 3 der Zuwachs

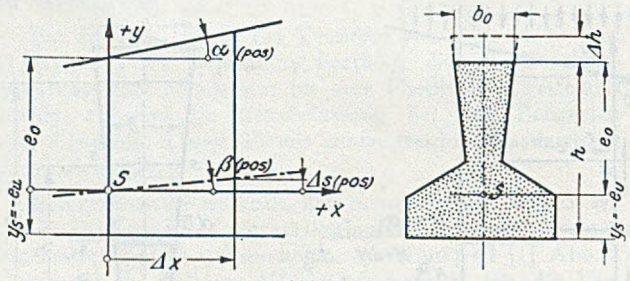


Abb. 3.

an der Querschnittsfläche:

$$\Delta F_i = b_o\cdot\Delta h$$

am statischen Moment um die Balkenunterkante:

$$\Delta S_u = b_o\cdot\Delta h\cdot\left(h + \frac{\Delta h}{2}\right) = b_o\cdot\Delta h\cdot\left(y_s + e_o + \frac{\Delta h}{2}\right)$$

am Schwerpunktsabstand vom unteren Rand:

$$\Delta s = \frac{S_u + \Delta S_u}{F_i + \Delta F_i} - \frac{S_u}{F_i} = \frac{\Delta S_u - \frac{S_u}{F_i}\Delta F_i}{F_i + \Delta F_i}$$

$$= \frac{\Delta S_u - y_s\cdot\Delta F_i}{F_i + \Delta F_i} = \frac{b_o\cdot\Delta h\cdot\left(e_o + \frac{\Delta h}{2}\right)}{F_i + b_o\cdot\Delta h}$$

am Trägheitsmoment:

$$\Delta J_i = \frac{b_o\cdot\Delta h^3}{12} + b_o\cdot\Delta h\left(e_o + \frac{\Delta h}{2} - \Delta s\right)^2 + F_i\cdot\Delta s^2$$

Es ist somit:

$$\frac{\Delta F_i}{\Delta x} = b_o\cdot\frac{\Delta h}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta x} = \frac{b_o\cdot\frac{\Delta h}{\Delta x}\left(e_o + \frac{\Delta h}{2}\right)}{F_i + b_o\cdot\Delta h}$$

$$\frac{\Delta J_i}{\Delta x} = \frac{b_o\cdot\Delta h^2}{12}\cdot\frac{\Delta h}{\Delta x} + b_o\cdot\frac{\Delta h}{\Delta x}\left(e_o + \frac{\Delta h}{2} - \Delta s\right)^2 + F_i\cdot\frac{\Delta s}{\Delta x}\cdot\Delta s$$

Beim Grenzübergang $\Delta x\to 0$ geht auch $\Delta h\to 0$ und $\Delta s\to 0$, ferner ist $\frac{dh}{dx} = \operatorname{tg}\alpha$ und $\frac{ds}{dx} = \operatorname{tg}\beta$ zu setzen.

Man erhält also:

$$\frac{dF_i}{dx} = b_o\cdot\operatorname{tg}\alpha \qquad (3)$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{b_o\cdot e_o\cdot\operatorname{tg}\alpha}{F_i} \qquad (4)$$

$$\frac{dJ_i}{dx} = b_o\cdot e_o^2\cdot\operatorname{tg}\alpha \qquad (5)$$

Setzt man die Gl. (3) bis (5) in die Gl. (2) ein, und berücksichtigt man, daß $\frac{N}{F_i} + \frac{M\cdot e_o}{J_i} = \sigma_o$,

d. h. gleich der Normalspannung σ_x am oberen Rand ist, so wird

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{Q\cdot y}{J_i} - \sigma_o\cdot b_o\cdot\operatorname{tg}\alpha\cdot\left(\frac{1}{F_i} + \frac{y\cdot e_o}{J_i}\right) \qquad (6)$$

Mit diesem Wert für $\frac{d\sigma}{dx}$ erhält man endlich aus Gl. (1)

$$b\cdot\tau = \int_{y=-e_u}^{y=v}\left(\frac{\sigma_o\cdot b_o\cdot e_o\cdot\operatorname{tg}\alpha}{J_i} - \frac{Q}{J_i}\right)\cdot y\cdot d\mathfrak{F} + \int_{y=-e_u}^{y=v}\frac{\sigma_o\cdot b_o\cdot\operatorname{tg}\alpha}{F_i}\cdot d\mathfrak{F}$$

Beim Integrieren über die Fläche des untersuchten Querschnitts ist in dieser Gleichung nur y veränderlich, es kann also geschrieben werden

$$b\cdot\tau = \left(\frac{\sigma_o\cdot b_o\cdot e_o\cdot\operatorname{tg}\alpha}{J_i} - \frac{Q}{J_i}\right)\cdot\int_{y=-e_u}^{y=v} y\cdot d\mathfrak{F} + \frac{\sigma_o\cdot b_o\cdot\operatorname{tg}\alpha}{F_i}\int_{y=-e_u}^{y=v} d\mathfrak{F}$$

Hierin bedeutet das zweite Integral den Inhalt $\mathfrak{F}$ der in Abb. 2 umrandeten Fläche, das erste Integral das Statische Moment $\mathfrak{S}$ der umrandeten Fläche um die Schwerachse des Gesamtquerschnitts. Wir schreiben also vereinfacht:

$$b\cdot\tau = \left(\frac{\sigma_o\cdot b_o\cdot e_o\cdot\operatorname{tg}\alpha}{J_i} - \frac{Q}{J_i}\right)\cdot\mathfrak{S} + \frac{\sigma_o\cdot b_o\cdot\operatorname{tg}\alpha}{F_i}\cdot\mathfrak{F} \qquad (7)$$

Bei der Anwendung dieser Gleichung kommt es sehr auf die richtige Wahl der Vorzeichen an, wenn man richtige Ergebnisse erhalten will. Wir fassen daher wie folgt zusammen:

Die Gl. (7) liefert die senkrechten Schubspannungskomponenten τ an der beliebigen Stelle s—s in jedem Querschnitt (vgl. Abb. 2). Dabei bedeutet:

b die Querschnittsbreite an der Stelle s—s (stets positiv),

$\mathfrak{F}$ die stets positive Teilfläche unterhalb Schnitt s—s. Soweit dort Bewehrungsstäbe vorhanden sind, müssen diese mit ihrem (n—1)-fachen Querschnitt berücksichtigt werden, wenn der Beton durch die Stäbe durchgerechnet wird,

$\mathfrak{S}$ das Statische Moment der Teilfläche $\mathfrak{F}$ um die Schwerachse des Gesamtquerschnitts. In Gl. (7) stets negativ einzusetzen, da die Anteile der Flächenelemente $d\mathfrak{F}$ mit negativem y überwiegen,

Q die Querkraft im untersuchten Querschnitt (positiv, wenn am rechten Balkenteil nach oben gerichtet),

F_i den ideellen Gesamtquerschnitt. Bezüglich der Bewehrungsstäbe vergleiche den Hinweis bei $\mathfrak{F}$ (stets positiv),

J_i das Trägheitsmoment des ideellen Gesamtquerschnitts (stets positiv),

$\sigma_o, e_o, b_o, \operatorname{tg}\alpha$ sind Werte, die für den oberen Rand gelten, wobei vorausgesetzt ist, daß die Änderung des Querschnitts beim Fortschreiten in Richtung der Balkenlängsachse nur am oberen Rand erfolgt. Im einzelnen ist:

σ_o die Normalspannung σ_x am oberen Rand (als Druckspannung positiv),

e_o der Abstand des oberen Rands vom Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts (stets positiv),

b_o die Breite des Querschnitts am oberen Rand (stets positiv),

$\operatorname{tg}\alpha$ die Steigung des oberen Rands beim Fortschreiten in Richtung der Stablängsachse (positiv, wenn der obere Rand nach rechts hin ansteigt — vgl. Abb. 2).

Vereinfachungen beim Rechteckquerschnitt ohne Bewehrung.

Mit

$$b_o = b$$

$$J_i = J = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$F_i = F = b \cdot h$$

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$e_o = \frac{h}{2}$$

vereinfacht sich die Gl. (7) zu

$$\tau = -\frac{Q \cdot \mathfrak{S}}{J \cdot b} + \sigma_o \cdot \operatorname{tg}\alpha \left(\frac{\mathfrak{F}}{F} + \frac{\mathfrak{S}}{W}\right) \tag{8}$$

B. Ermittlung der lotrechten Pressungen.

Der Ansatz für den zu untersuchenden waagrechten Schnitt s—s wird der Einfachheit halber wieder von unten her gemacht. Dabei müssen noch folgende Bezeichnungen eingeführt werden:

p bedeutet die Gesamtlast pro Längeneinheit (Gesamtes Eigengewicht + gesamte äußere Last)

p_u bedeutet die unterhalb Schnitt s—s pro Längeneinheit angreifende Last (Eigengewichtsanteil + Äußere Lasten, die unterhalb s—s angreifen)

p_o bedeutet die oberhalb Schnitt s—s pro Längeneinheit angreifende Last (Eigengewichtsanteil + Äußere Lasten, die oberhalb s—s angreifen).

Hierbei ist natürlich:

$$p = p_o + p_u$$

Aus dem Gleichgewicht des in der Abb. 4 umrandeten Balkenteils folgt dann

$$b \cdot dx \cdot \sigma_y = \int_{y=-e_u}^{y=v} (\tau_w - \tau_w - d\tau_w)\, b_w \cdot dy - p_u \cdot dx$$

oder

$$b \cdot \sigma_y = -\int_{y=-e_u}^{y=v} \frac{d\tau_w}{dx} \cdot b_w \cdot dy - p_u \tag{9}$$

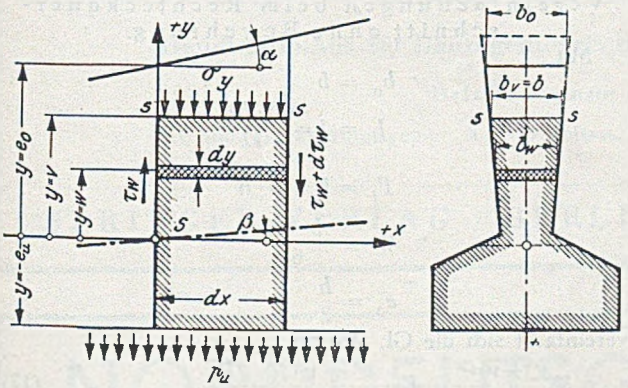


Abb. 4.

Zur Auswertung des Integrals ist es zunächst notwendig, die Gl. (7) für τ nach x abzuleiten. Hierbei ist beim Fortschreiten in der x-Richtung als mit x veränderlich anzusehen:

Q, wobei $\frac{dQ}{dx} = -p$

J_i, wobei nach Gl. (5)

$$\frac{dJ_i}{dx} = b_o \cdot e_o^2 \cdot \operatorname{tg}\alpha$$

F_i, wobei nach Gl. (3)

$$\frac{dF_i}{dx} = b_o \cdot \operatorname{tg}\alpha$$

e_o, wobei nach Abb. 2 und Gl. (4)

$$\frac{de_o}{dx} = \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha \cdot \left(1 - \frac{b_o \cdot e_o}{F_i}\right)$$

σ_o, wobei

$$\sigma_o = \frac{N}{F_i} + \frac{M \cdot e_o}{J_i}$$

und ähnlich der Ableitung der Gl. (2)

$$\frac{d\sigma_o}{dx} = -\frac{N}{F_i^2}\frac{dF_i}{dx} + \frac{e_o}{J_i} \cdot \frac{dM}{dx} + \frac{M}{J_i} \cdot \frac{de_o}{dx} - \frac{M \cdot e_o}{J_i^2} \cdot \frac{dJ_i}{dx}$$

bzw. nach Einsetzen der Werte für die verschiedenen Differentialquotienten und nachfolgender Vereinfachung

$$\frac{d\sigma_o}{dx} = Q \cdot \frac{e_o}{J_i} + M\frac{\operatorname{tg}\alpha}{J_i} - \sigma_o \cdot b_o \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \left(\frac{1}{F_i} + \frac{e_o^2}{J_i}\right)$$

$\operatorname{tg}\alpha$, wobei

$\frac{d\operatorname{tg}\alpha}{dx}$ ein neuer, nur von der Balkenform abhängiger Wert ist,

b_o, jedoch nur, wenn der Querschnittszuwachs kein Rechteck, sondern wie in Abb. 2—4 ein Trapez ist. Dabei ist auch

$\frac{db_o}{dx}$ ein neuer, nur von der Balkenform abhängiger Wert,

$\mathfrak{S}_w$, wobei sich

$\frac{d\mathfrak{S}_w}{dx}$ nach Abb. 5 wie folgt ergibt, wenn S' der Schwerpunkt der Teilfläche $\mathfrak{F}_w$ ist:

$$\mathfrak{S}_{wI} = -\mathfrak{F}_w \cdot u$$

$$\mathfrak{S}_{wII} = -\mathfrak{F}_w \cdot (u + \Delta s)$$

$$\frac{\Delta\mathfrak{S}_w}{\Delta x} = \frac{\mathfrak{S}_{wII} - \mathfrak{S}_{wI}}{\Delta x} = -\frac{\mathfrak{F}_w \cdot \Delta s}{\Delta x}$$

$$\frac{d\mathfrak{S}_w}{dx} = -\mathfrak{F}_w \cdot \operatorname{tg}\beta = -\frac{b_o \cdot e_o \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \mathfrak{F}_w}{F_i}$$

Beim Fortschreiten in der x-Richtung ist nicht veränderlich: $\mathfrak{F}_w$ (vgl. auch Abb. 5) und b_w,

so daß $b_w \cdot \frac{d\tau_w}{dx} = \frac{d\, b_w \tau_w}{dx}$ ist.

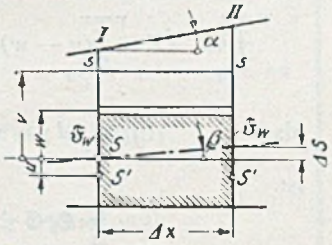


Abb. 5.

Wendet man die Gl. (7) auf die Stelle y = w an und leitet nach x ab, so erhält man

$$\begin{aligned}
\frac{d\, b_w \cdot \tau_w}{dx} = {} & \frac{d\mathfrak{S}_w}{dx} \cdot \left[\frac{\sigma_o \cdot b_o \cdot e_o \cdot \operatorname{tg}\alpha}{J_i} - \frac{Q}{J_i}\right] \\
& + \mathfrak{S}_w \cdot \left[\frac{d\sigma_o}{dx} \cdot \frac{b_o \cdot e_o \cdot \operatorname{tg}\alpha}{J_i} + \frac{db_o}{dx} \cdot \frac{\sigma_o \cdot e_o \cdot \operatorname{tg}\alpha}{J_i}\right. \\
& + \frac{de_o}{dx}\frac{\sigma_o \cdot b_o \cdot \operatorname{tg}\alpha}{J_i} + \frac{d\operatorname{tg}\alpha}{dx} \cdot \frac{\sigma_o \cdot b_o \cdot e_o}{J_i} \\
& - \frac{dJ_i}{dx} \cdot \frac{\sigma_o \cdot b_o \cdot e_o \cdot \operatorname{tg}\alpha}{J_i^2} - \frac{dQ}{dx} \cdot \frac{1}{J_i} \\
& \left. + \frac{dJ_i}{dx} \cdot \frac{Q}{J_i^2}\right] \\
& + \mathfrak{F}_w \cdot \left[\frac{d\sigma_o}{dx} \cdot \frac{b_o \cdot \operatorname{tg}\alpha}{F_i} + \frac{db_o}{dx} \cdot \frac{\sigma_o \cdot \operatorname{tg}\alpha}{F_i}\right. \\
& \left. + \frac{d\operatorname{tg}\alpha}{dx} \cdot \frac{\sigma_o \cdot b_o}{F_i} - \frac{dF_i}{dx} \cdot \frac{\sigma_o \cdot b_o \cdot \operatorname{tg}\alpha}{F_i^2}\right]
\end{aligned}$$

Durch Einsetzen der Werte für die Differentialquotienten läßt sich diese Gleichung umformen und durch die Einführung der Substitutionen

$$K_1 = b_o \cdot e_o \operatorname{tg} \cdot \alpha \cdot \left[Q \cdot \frac{2\, e_o}{J_i} + M \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{J_i} + \sigma_o \left(\frac{1}{b_o} \frac{d\, b_o}{d\, x} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{d \operatorname{tg} \alpha}{d\, x} - \frac{2 \cdot b_o \cdot \operatorname{tg} \alpha}{F_i} - \frac{2 \cdot b_o \cdot e_o^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{J_i} \right) \right] \quad (10)$$

und $$K_2 = K_1 + p + \sigma_o \cdot b_o \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \quad (11)$$

auf die einfache Form

$$b_w \cdot \frac{d\, \tau_w}{d\, x} = K_2 \cdot \frac{\mathfrak{S}_w}{J_i} + K_1 \cdot \frac{\mathfrak{F}_w}{e_o \cdot F_i} \quad \text{bringen.} \quad (12)$$

Setzt man Gl. (12) in Gl. (9) ein, so erhält man

$$b \cdot \sigma_y = - \int_{y=-e_u}^{y=v} \left(K_2 \frac{\mathfrak{S}_w}{J_i} + K_1 \cdot \frac{\mathfrak{F}_w}{e_o \cdot F_i} \right) \cdot d\, y - p_u$$

Da die Werte K_1 und K_2 ebenso wie J_i, e_o und F_i bei der Integration über den Querschnitt als konstant anzusehen sind, so ist

$$b \cdot \sigma_y = - \frac{K_2}{J_i} \cdot \int_{y=-e_u}^{y=v} \mathfrak{S}_w \cdot d\, y - \frac{K_1}{e_o \cdot F_i} \cdot \int_{y=-e_u}^{y=v} \mathfrak{F}_w \cdot d\, y - p_u \quad (13)$$

Für die Auswertung der Integrale ist folgende Umwandlung notwendig:

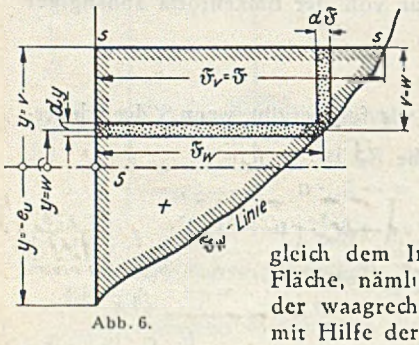


Abb. 6.

Trägt man, wie in Abb. 6 dargestellt, die Werte $\mathfrak{F}_w$ in Abhängigkeit von der Höhenlage im Querschnitt als Kurve auf, so ist $\int_{y=-e_u}^{y=v} \mathfrak{F}_w \cdot d\, y$ gleich dem Inhalt der umrandeten Fläche, nämlich gleich der Summe der waagrechten Streifen. Anstatt mit Hilfe der waagrechten Streifen kann man den Inhalt der umrandeten Fläche auch mit Hilfe der senkrechten Streifen ausrechnen. Man erkennt dann, daß

$$\int_{y=-e_u}^{y=v} \mathfrak{F}_w \cdot d\, y = \int_{y=-e_u}^{y=v} (v - w) \cdot d\, \mathfrak{F} = v \cdot \int_{y=-e_u}^{y=v} d\, \mathfrak{F} - \int_{y=-e_u}^{y=v} w \cdot d\, \mathfrak{F}\,,$$

also $$\int_{y=-e_u}^{y=v} \mathfrak{F}_w \cdot d\, y = v \cdot \mathfrak{F} - \mathfrak{S} \quad (14)$$

ist.

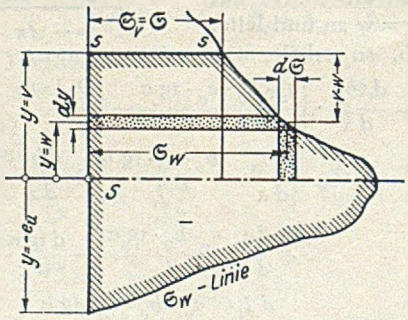


Abb. 7.

Analog erhält man mit der in Abb. 7 aufgetragenen $\mathfrak{S}_w$-Linie als Inhalt der umrandeten Fläche

$$\int_{y=-e_u}^{y=v} \mathfrak{S}_w \cdot d\, y = v \cdot \mathfrak{S} - \int_{y=-e_u}^{y=v} w \cdot d\, \mathfrak{S}$$

$$\int_{y=-e_u}^{y=v} \mathfrak{S}_w \cdot d\, y = \cdot v\, \mathfrak{S} - \mathfrak{J} \quad (15)$$

wobei $\mathfrak{J}$ das Trägheitsmoment der Teilfläche $\mathfrak{F}$ um die Gesamtschwerachse bedeutet.

Setzt man die Gl. (14) und (15) in die Gl. (13) ein, so erhält man für die Ermittlung von σ_y die Formel

$$b \cdot \sigma_y = K_2 \cdot \frac{\mathfrak{J} - v \cdot \mathfrak{S}}{J_i} + K_1 \cdot \frac{\mathfrak{S} - v \cdot \mathfrak{F}}{e_o \cdot F_i} - p_u \quad (16)$$

Die Gl. (16) liefert im Verein mit Gl. (10) und (11) die lotrechten Pressungen σ_y an der beliebigen Stelle s—s in jedem Querschnitt (vgl. Abb. 4).

Um die Anwendung zu erleichtern und da auch hier die richtige Wahl der Vorzeichen ausschlaggebend ist, fassen wir unter teilweiser Wiederholung wie folgt zusammen:

Es bedeutet:

$\mathfrak{F}$ die stets positive Teilfläche unterhalb Schnitt s—s,

$\mathfrak{S}$ das Statische Moment der Teilfläche $\mathfrak{F}$ um die Schwerachse des Gesamtquerschnitts. In Gl. (16) stets negativ einzusetzen, da die Flächenelemente mit negativem y überwiegen,

$\mathfrak{J}$ das Trägheitsmoment der Teilfläche $\mathfrak{F}$ um die Schwerachse des Gesamtquerschnitts (stets positiv),

v den Abstand des Schnittes s—s von der Gesamtschwerachse (positiv, wenn der Schnitt s—s über der Schwerachse liegt),

p_u die unterhalb des Schnittes s—s parallel zur Richtung der Querschnitte angreifende Last (Eigengewicht und äußere Lasten, soweit sie unterhalb von s—s angreifen — positiv, wenn nach unten wirkend) und zwar pro Längeneinheit,

p die parallel zur Richtung der Querschnitte angreifende Gesamtlast pro Längeneinheit (Eigengewicht und äußere Lasten — positiv, wenn nach unten wirkend),

$\frac{d\, b_o}{d\, x}$ die auf das Fortschreiten in der x-Richtung bezogene Zunahme der Querschnittsbreite b_o am oberen Rand (positiv, wenn b_o nach rechts hin zunimmt),

$\frac{d \operatorname{tg} \alpha}{d\, x}$ die auf das Fortschreiten in der x-Richtung bezogene Zunahme der Steigung $\operatorname{tg} \alpha$ des oberen Rands (positiv wenn $\operatorname{tg} \alpha$ nach rechts hin zunimmt),

M das Moment im untersuchten Querschnitt (positiv, wenn am oberen Rand Druck erzeugend).

Bezüglich der Formelzeichen $b, Q, F_i, J_i, \sigma_o, b_o, e_o$ und $\operatorname{tg} \alpha$ sei auf die Hinweise bei Gl. (7) verwiesen.

Vereinfachungen beim Rechteckquerschnitt ohne Bewehrung.

Mit

$$b_o = b$$

$$J_i = J = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$F_i = F = b \cdot h$$

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$e_o = \frac{h}{2}$$

vereinfacht sich die Gl. (16) zu

$$\sigma_y = K_4 \frac{\mathfrak{J} - v \cdot \mathfrak{S}}{J} + K_3 \cdot \frac{\mathfrak{S} - v \cdot \mathfrak{F}}{3\, W} - \frac{p_u}{b} \quad (17)$$

wobei

$$K_3 = Q \cdot \frac{6 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{F} + \sigma_o \cdot \left(\frac{h}{2} \cdot \frac{d \operatorname{tg} \alpha}{d\, x} - 4 \operatorname{tg}^2 \alpha \right) + M \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{W} \quad (18)$$

$$K_4 = K_3 + \frac{p}{b} + \sigma_o \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \quad (19)$$

C. Ermittlung der Hauptspannungen.

Nach Ermittlung der Schubspannungen τ und der lotrechten Pressungen σ_y erhält man die Hauptspannungen nach der bekannten Formel

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau^2} \cdot \quad (20)$$

Für den Inhalt verantwortlich: Professor Dr.-Ing. F. Schleicher, Berlin; Druck: Hempel & Co., Deutsche Zentraldruckerei A.-G., Berlin SW 11, Dessauer Straße 6—8. — Springer-Verlag Berlin - Göttingen - Heidelberg.

Bautagung aller vier Zonen

am 30.-31. Juli 1949 in Karlsruhe

Unter Leitung des Institutes für Wiederaufbautechnik an der Technischen Hochschule Karlsruhe wird eine Bauausstellung in Verbindung mit einer Bautagung am 30.—31. Juli 1949 im Gelände der Technischen Hochschule abgehalten. Die Eröffnung findet am 30. Juli 1949 um 10 Uhr im Studentenhaus statt.

Es werden auf der Ausstellung Baustoffe, Bauteile, Baukonstruktionen, Bauweisen, Baumaschinen, Produktionsmethoden usw. gezeigt und vorgeführt.

Zur Bautagung werden Vorträge und Diskussionen über die vielseitigsten Bauprobleme abgehalten.

Die Institutsleitung bittet alle Interessenten sich diesen Tag vorzumerken und ihre Teilnahme der Institutsleitung mitzuteilen.

Besondere und Einzeleinladungen können aus finanziellen Gründen nicht ergehen und verschickt werden. Für Unterkunft und Verpflegung wird gesorgt.

VERMESSUNGSKUNDE

Von

Dr.-Ing. Martin Näbauer

Geh. Baurat, o. Professor an der Technischen Hochschule zu München

(Handbibliothek für Bauingenieure. Begründet von Rob. Otzen. I. Teil, 4. Band)

Dritte, ergänzte und verbesserte Auflage

Mit 460 Textabbildungen. X, 435 Seiten. 1949. DMark 36.—; Halbleinen DMark 38.40

SPRINGER-VERLAG / BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG

NORDDEUTSCHER EISENBAU

G. M. B. H.

WILHELMSHAVEN

STAHLBAUTEN aller ART

genietet oder geschweißt

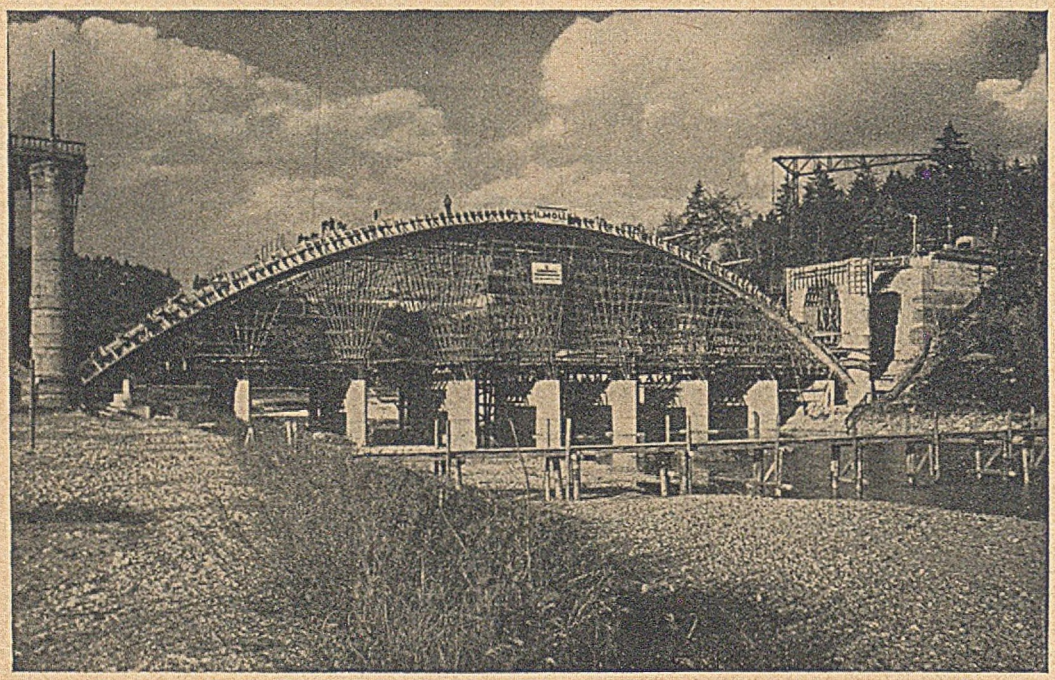
Wir erstellen und vermieten

STAHLROHRGERÜSTE

für alle vorkommenden Verwendungszwecke und Belastungen

bestehend aus nahtlosen Stahlrohren hoher Festigkeit und patentierten Mannesmann - Kupplungskörpern

Für Neubauten, Umbauten, Ausbesserungen
Zur Einrüstung von Häusern, Kirchen, Türmen, Hochhäusern in beliebiger Höhe und Anordnung
Für Innenrüstungen, Tribünenbau und Hallenbau
Als Montagegerüste und Schalungsgerüste
Als Lehrgerüste für Brücken



Bau der Isarbrücke Grünwald (70 m Spannweite) mit Mannesmann-Stahlrohrgerüsten

ROHRBAU MANNESMANN G. M. B. H.

DÜSSELDORF · BLEICHSTRASSE 16/18 · FERNRUF 25245

Für den Textteil verantwortlich: Professor Dr.-Ing. F. Schleicher, Berlin; für den Anzeigenteil: Hans-Georg Halfter, Berlin W 35, Reichpietschufer 20. — Druck: Hempel & Co., Deutsche Zentraldruckerei A.-G., Berlin SW 11, Dessauer Straße 6-8. — Reg.-Nr. 115.
Springer-Verlag, Berlin - Göttingen - Heidelberg. — Printed in Germany.