

DER BAUINGENIEUR

ZEITSCHRIFT FÜR DAS GESAMTE BAUWESEN

HERAUSGEBER: PROFESSOR DR.-ING. F. SCHLEICHER / DÜSSELDORF
MITHERAUSGEBER: PROFESSOR DR.-ING. A. MEHMEL / DARMSTADT

SPRINGER-VERLAG BERLIN / GÖTTINGEN / HEIDELBERG

24. JAHRGANG

1949

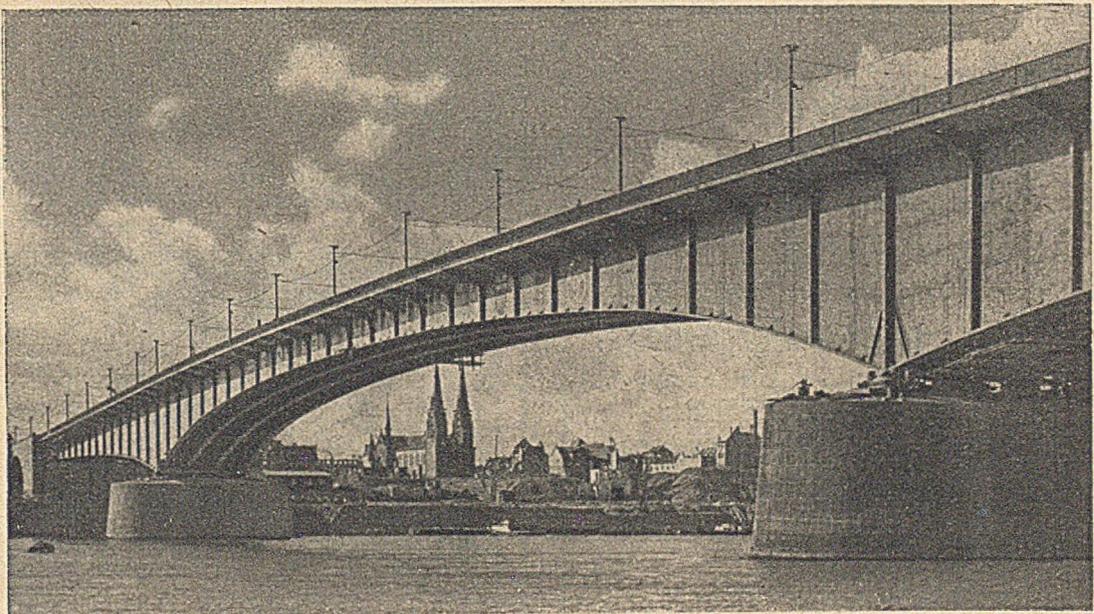
HEFT 12

INHALT:

Der Spiegelverlauf in Gerinnen mit flußabwärts zunehmender Wasserführung. Von Obering. Josef Frank, Erlangen.	353	Kurze Technische Berichte:	
Kraftgrößenverfahren oder Formänderungsgrößenverfahren? Von Prof. Dr.-Ing. Ernst Kohl, Braunschweig	361	Eine Wasserentnahme unter Gletschereis in den französischen Alpen.....	376
Stahlbrücken im Verbund mit Stahlbetondruckplatten bei gleichzeitiger Vorspannung durch hochwertige Seile. Von Dr.-Ing. e. h. Dr.-Ing. e. h. Dr.-Ing. Fr. Dischinger, o. Prof. a. d. Techn. Universität Berlin	364	Vierendeel-Träger bei d'Hérentals	377
		Wirkung der Rammung von Pfählen in weichen Ton	377
		Druckfehlerberichtigung	379
		100 Jahre Holzmann	379

Unser Fertigungsprogramm:

**Stahl-Brückenbau · Stahl-Hochbau · Stahl-Wohnungsbau · Stahl-Wasserbau
Apparate- und Behälterbau · Bergbauzulieferungen · Weichenbau · Baggerbau
Ausbereitung für Kohle und Erz · Maschinen und Einrichtungen für Zement-,
Kalk-, Gipswerke und verwandte Industrien · Zerkleinerung**



Rhein-Strassen-Brücke Bonn — Beuel

weitestgespannter Blechbalken über den Rhein. Stützweiten: $99+196+99=394$ m. Gesamte Brückenbreite $3+12+3=18$ m.
Trägerhöhe in Brückenmitte: 3,0 m, d. i. $1/65$ der Stützweite. Stahlgewicht: 4550 to. Montagedauer 6 Monate



STAHLBAU RHEINHAUSEN



Drahtwort: Stahlbau Rheinhausen
Fernsprecher-Anschlüsse: Duisburg 343 41, Rheinhausen 270, 271, 272, Moers 27 42

Fernschreiber No. 03 5838

DER BAUINGENIEUR

berichtet über das gesamte Gebiet des Bauingenieurwesens (mit Ausnahme von Vermessungswesen, Verkehrstechnik, Wasserversorgung und Entwässerung der Siedlungen). Er bringt Aufsätze über Baustoffe, Theorie und Praxis der Ingenieurkonstruktionen, interessante Bauausführungen, Berichte über bemerkenswerte Veröffentlichungen des Auslandes, Normungsfragen und Tagungen, Buchbesprechungen. Originalbeiträge nehmen an die Herausgeber:

Professor Dr.-Ing. F. Schleicher,
(22a) Düsseldorf, Grunerstraße 32;

Prof. Dr.-Ing. A. Mehmel,
(16) Darmstadt, Technische Hochschule

Alle sonstigen für die Schriftleitung des BAUINGENIEUR bestimmten Mitteilungen, Bücher, Zeitschriften usw. werden erbeten unter der Adresse:

Schriftleitung
„DER BAUINGENIEUR“,
Prof. Dr.-Ing. F. Schleicher,
(22a) Düsseldorf,
Grunerstraße 32.

Für die Abfassung der Arbeiten sind die von den Herausgebern anzufordernden Richtlinien zu beachten. Für Formelgrößen usw. sollen soweit irgend möglich die genormten Bezeichnungen nach DIN 1350 und 1044 bzw. der BE. be-

nutzt werden. Vorlagen für Abbildungen werden auf besonderen Blättern erbeten, Reinzeichnungen werden soweit erforderlich vom Verlag ausgeführt.

Erscheinungsweise:

Monatlich 1 Heft im Umfang von 32 Seiten.

Bezugspreis:

Halbjährlich DMark 18,—, für das Einzelheft DMark 3,50 zuzüglich Postgebühren. Die Lieferung läuft weiter, wenn nicht 4 Wochen vor Halbjahres- bzw. Jahresschluß abbestellt wird. Der Bezugspreis ist im voraus zahlbar.

Bestellungen

nimmt der Verlag und jede Buchhandlung entgegen.

Nachdruck:

Der Verlag behält sich das ausschließliche Recht der Vervielfältigung und Verbreitung aller Beiträge sowie ihre Verwendung für fremdsprachige Ausgaben vor.

Anzeigen

nimmt die Anzeigen-Abteilung des Verlages (Berlin W 35, Reichpietschufer 20, Britischer Sektor, Fernsprecher 91 29 37) an. Die Preise wolle man unter Angabe der Größe und des Platzes erfragen.

SPRINGER-VERLAG

Heidelberg
Neuenheimer Landstraße 24, Fernsprecher: 24 40.

Berlin-Charlottenburg 2
Jebensstraße 1, Fernsprecher: 32 20 70.

BAUSTAHLGEWEBE

BETONARMIERUNG

in Rollen oder einbaufertigen Matten in allen Drahtstärken und Maschenweiten wieder kurzfristig lieferbar

Stahleinsparung bis zu 45%

durch zulässige Spannung von 2400 kg/cm²

Zeit- und Lohneinsparung

da keine Haken — kein Schneiden
kein Knüpfen — kein Aufbiegen

STAHLBOHLEN-SCHALUNG

handlich, stabil, ohne Schrauben, für Decken, Dächer, Wände

Druckschriften, Angebot auch über unsere Baustahl-RABITZ MATTEN unverbindlich



BAU-STAHLGEBE G M B H
D U S S E L D O R F · Sammelruf 53 3 56

STÖHR

FÖRDERANLAGEN



FAHRBARE UND TRAGBARE FÖRDERBÄNDER
LEICHTBÄNDER FÜR BETON (SCHÜTTBAUWEISE)
SELBSTAUFLADER MIT RAUPENFAHRWERK
GRABENBAGGER FÜR ROHR- UND KABELVERLEGUNG
BAUAUFZÜGE UND LASTENAUFZÜGE
SOWIE ALLE SONSTIGEN NAHFÖRDERANLAGEN

WILHELM STÖHR, OFFENBACH A. M.
SPEZIALFABRIK FÜR TRANSPORTANLAGEN

Der Spiegelverlauf in Gerinnen mit flussabwärts zunehmender Wasserführung.

Von Obering. Josef Frank, Erlangen.

I.

Gerinne mit ortsveränderlicher Wasserführung treten im landwirtschaftlichen Wasserbau bei Drän- oder sonstigen Sammelgerinnen auf, bei den Abwassersammlern der Stadtentwässerungen und, am sinnfälligsten, im Wasserkraftausbau und im Talsperrenbau in der Form der Sammelkanäle unterhalb von Entlastungsüberfällen.

Sammelkanal an einem Entlastungsüberfall

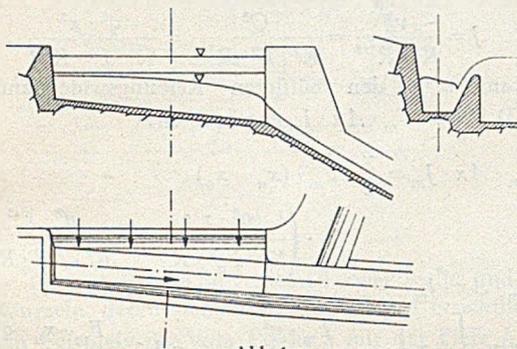


Abb. 1.

Die Wasserbewegung in derartigen Gerinnen ist dadurch gekennzeichnet, daß entsprechend dem seitlichen Zufluß die Wasserführung von Querschnitt zu Querschnitt zunimmt. Die Abflußänderung wird hierbei in den weitaus meisten Fällen, bezogen auf die Längsachse des Gerinnes, konstant sein. Sie kann aber auch längsveränderlich sein, wenn beispielsweise die Strahlstärke über der Krone eines Entlastungsüberfalles nicht überall die gleiche ist.

Bei jeder Spiegelberechnung sind bekanntlich zwei Fragen zu beantworten:

1. welchen Gesetzen unterliegt der Spiegelverlauf und
2. welche Grenzbedingungen bestehen, d. h. welche Punkte des Spiegellängenschnittes liegen von vornherein fest und müssen als Ausgangspunkte der Berechnung verwendet werden?

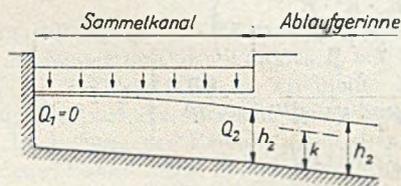


Abb. 2.

Die erste Frage wird den meisten Raum der folgenden Erörterungen einnehmen, während die zweite verhältnismäßig einfach zu beantworten ist und daher zuerst behandelt werden soll.

Der Ausgangspunkt der Berechnung liegt stets am unteren Ende, also dort, wo die seitliche Wassereinleitung endet. Sind im anschließenden Ablaufgerinne die Querschnitts- und Gefällsverhältnisse so, daß unterkritische Geschwindigkeiten auftreten, so geht die Spiegelberechnung im Sammelkanal von der Wassertiefe h_2 am oberen Ende des Ablaufgerinnes aus (Abb. 2). Herrscht dagegen

(Abb. 3) im Ablaufgerinne der schießende Fließzustand, so ist am unteren Ende der Sammelrinne die kritische Tiefe k_2 anzunehmen, bei Rechteckgerinnen also

$$k_2 = \sqrt[3]{\frac{Q_2^2}{b_2^2 \cdot g}}$$

Diese Annahme beruht auf dem Gaußschen Prinzip des kleinsten Zwanges und ist auch durch zahlreiche Versuchsergebnisse bestätigt worden. Sie bedeutet, daß in dem betrachteten Querschnitt die Energiehöhe $H = h + \frac{v^2}{2g}$ ein Minimum wird. Das gleiche gilt auch, wenn statt des geneigten Ablaufgerinnes am unteren Ende der Sammelrinne ein Absturz vorhanden ist.

Über den weiteren Verlauf der Spiegellinie im Sammelgerinne soll zur allgemeinen Unterrichtung vorweg noch einiges gesagt werden.

Ähnliche Überlegungen wie sie Böß [1] für Spiegelformen bei konstanter Wassermenge unter Zugrundelegung des Energiesatzes angestellt hat, können im vorliegenden Fall nicht zur Beantwortung der Frage verwendet werden, ob im Sammelgerinne strömendes oder schießendes Wasser zu erwarten ist. Eine allgemeine Diskussion hierfür ist bisher noch von keiner Seite gegeben worden. G. de Marchi [3] hält es für möglich, daß entlang dem Überfall schießendes Wasser auftritt,

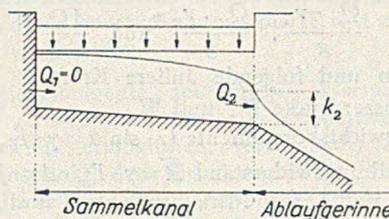


Abb. 3.

dann nämlich, wenn die Normalabflußtiefen für Q_1 und Q_2 im Sammelkanal kleiner als die entsprechenden kritischen Tiefen sind. Er nimmt dabei $Q_1 > 0$ an, d. h. eine bestimmte im Sammelgerinne an sich schon vorhandene Wassermenge. Dagegen hat H. Favre [2] am geneigten reibungsfreien Rechteckgerinne gezeigt, daß sich eine nach unten konkave Spiegellinie bei gleichzeitig strömendem Wasser einstellen muß. Dieses Ergebnis ist auch in allgemeineren Fällen durch zahlreiche Modellversuche bestätigt worden. Es kann somit als feststehend angenommen werden, daß, ganz unabhängig von den Querschnitts- und Gefällsverhältnissen des Sammelkanals, eine nach unten konkave Spiegellinie auftritt und das Wasser entlang dem Überfall strömt (Abb. 2 und 3).

II.

Für die Ermittlung von Spiegelformen hat die Hydraulik in der Hauptsache zwei Hilfsmittel: den Energiesatz (Bernoulli) und den Impulssatz. Bei unveränderlicher Wasserführung sind beide Verfahren brauchbar und auch schon vielfach angewendet worden. Ändert sich aber, wie im vorliegenden Fall, die Abflußmenge von Querschnitt zu Querschnitt, so ist für die Lösung nur der Impulssatz verwendbar.

Es sollen nachstehende Bezeichnungen festgelegt werden:

- Q_u, Q_o Wassermenge am unteren bzw. oberen Ende eines Abschnittes,
- Q_1, Q_2 Wassermenge am oberen bzw. unteren Ende des Sammelgerinnes,
- $\Delta Q = Q_u - Q_o$ seitlicher Zufluß ins Sammelgerinne,
- h_u, h_o, h_1, h_2 Wassertiefen der Querschnitte mit den Abflüssen Q_u, Q_o, Q_1, Q_2 ,
- $q = \frac{dQ}{dx}$ seitliche Zulaufmenge je Meter Überfalllänge bzw. je Längenmeter der Sammelrinne,
- x Abszissen (x_u, x_o, x_1, x_2),
- L Überfalllänge = Länge der Sammelrinne,
- F Fließquerschnitte [F_o, F_u, F_1, F_2, F_m (Mittelwert)],
- v Wassergeschwindigkeiten (v_o, v_u usw.),
- u Geschwindigkeitskomponente des seitlichen Zustromes in der x -Richtung,
- K Rauigkeitszahl der Formel von Manning-Strickler $v = K \cdot R^{2/3} J^{1/2}$,
- J Reibungsgefälle (J_o, J_u, J_m usw.),
- i Sohlengefälle = $\text{tg } \alpha$,
- α Neigungswinkel der Gerinnesohle,
- R Profilradius (R_o, R_u, R_m usw.),
- \bar{R} Reibungswiderstand,
- W Wasserdruck (W_o, W_u usw.),
- k kritische Tiefe (k_o, k_u usw.),
- γ spezifisches Gewicht des Wassers,
- b Sohlenbreite,
- 1 : n Böschungsneigung,
- g Schwerkbeschleunigung.

An dem in Abb. 4 dargestellten und durch ein prismatisches Bett begrenzten Stromstück von der Länge Δx sind die Bewegungsgrößen

$$\frac{Q_o \cdot v_o}{g}, \frac{Q_u \cdot v_u}{g} \text{ und } \frac{\Delta Q \cdot u}{g}$$

festzustellen und folgende äußere Kräfte:

- die Wasserdrücke W_o und W_u ,
- die Gewichtskomponente $G \cdot \sin \alpha = \gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot \sin \alpha$,
- der Reibungswiderstand $\bar{R} = \gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot J_m$ (F_m und J_m sind Mittelwerte von F und J).

Mit diesen Elementen läßt sich der Impulssatz anschreiben:

$$W_o + \frac{\gamma}{g} \cdot Q_o \cdot v_o + \frac{\gamma}{g} \cdot \Delta Q \cdot u + \gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot \sin \alpha = W_u + \frac{\gamma}{g} \cdot Q_u \cdot v_u + \gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot J_m \quad (1)$$

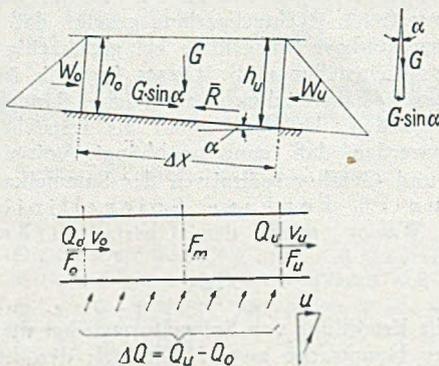


Abb. 4.

Dieser Ansatz setzt (Abb. 4) die Abszissenrichtung parallel zur Sohle voraus und die Wassertiefen senkrecht hierzu. Praktisch werden aber meist die schrägen Abszissen durch ihre Horizontalprojektionen ersetzt und

die Wassertiefen lotrecht angenommen. Der hierdurch entstehende Fehler ist gering, und wir wollen im folgenden ebenfalls die Abszissen in der Horizontalen und die Tiefen in der Lotrechten messen.

Bei senkrechter seitlicher Zuströmung verschwindet wegen $u = 0$ das zweite Glied links, und man hat, wenn man zur Vereinfachung setzt:

$$S_o = W_o + \frac{\gamma}{g} \cdot Q_o \cdot v_o \text{ bzw. } S_u = W_u + \frac{\gamma}{g} \cdot Q_u \cdot v_u \quad (2)$$

$$S_o + \gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot \sin \alpha = S_u + \gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot J_m \quad (3)$$

Legt man den Abszissen-Nullpunkt an das obere Gerinne-Ende und setzt, wie es in der Überzahl der praktischen Fälle zutrifft, entlang dem Überfall bzw. dem Sammelgerinne ein lineares Anwachsen der Wassermenge voraus, so ist $Q = q \cdot x$ und wegen $v = Q : F$

$$S_o = W_o + \frac{\gamma \cdot q^2 \cdot x_o^2}{g \cdot F_o} \text{ und } S_u = W_u + \frac{\gamma \cdot q^2 \cdot x_u^2}{g \cdot F_u} \quad (4)$$

Da $\Delta x = x_u - x_o$ und

$$J = \frac{v^2}{K^2 \cdot R^{1/3}} = \frac{Q^2}{K^2 \cdot F^2 \cdot R^{1/3}} = \frac{q^2 \cdot x^2}{K^2 \cdot F^2 \cdot R^{1/3}}$$

so kann man den mittleren Reibungswiderstand der Gl. (3) $\bar{R} = \gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot J_m$ anschreiben:

$$\gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot J_m = \frac{\gamma}{2} \cdot F_m \cdot (x_u - x_o) \cdot \left(\frac{q^2 \cdot x_u^2}{K^2 \cdot F_u^2 \cdot R_u^{1/3}} + \frac{q^2 \cdot x_o^2}{K^2 \cdot F_o^2 \cdot R_o^{1/3}} \right)$$

$$= \gamma \cdot \left\{ -x_o^3 \cdot \frac{F_m \cdot q^2}{2 \cdot F_o^2 \cdot K^2 \cdot R_o^{1/3}} + x_o^2 \cdot \frac{F_m \cdot x_u \cdot q^2}{2 \cdot F_o^2 \cdot K^2 \cdot R_o^{1/3}} - x_o \cdot \frac{F_m \cdot x_u^2 \cdot q^2}{2 \cdot F_u^2 \cdot K^2 \cdot R_u^{1/3}} + \frac{F_m \cdot x_u^3 \cdot q^2}{2 \cdot F_u^2 \cdot K^2 \cdot R_u^{1/3}} \right\} \quad (5)$$

Nach Einführung von Gl. (4) und (5) in Gl. (3) ergibt sich

$$x_o^3 \cdot \frac{F_m}{2 \cdot F_o^2 \cdot K^2 \cdot R_o^{1/3}} + x_o^2 \cdot \frac{1}{F_o} \left\{ \frac{1}{g} - \frac{x_u \cdot F_m}{2 \cdot F_o \cdot K^2 \cdot R_o^{1/3}} \right\} + x_o \cdot F_m \cdot \left\{ \frac{x_u^2}{2 \cdot F_u^2 \cdot K^2 \cdot R_u^{1/3}} - \frac{\sin \alpha}{q^2} \right\} + \left\{ \frac{W_o - W_u}{\gamma \cdot q^2} + \frac{F_m \cdot \sin \alpha \cdot x_u}{q^2} - \frac{x_u^2}{g \cdot F_u} - \frac{x_u^3 \cdot F_m}{2 \cdot F_u^2 \cdot K^2 \cdot R_u^{1/3}} \right\} = 0 \quad (6)$$

bzw.

$$x_o^3 + a_1 \cdot x_o^2 + a_2 \cdot x_o + a_3 = 0$$

mit

$$a_1 = \left(\frac{2 \cdot F_o \cdot K^2 \cdot R_o^{1/3}}{g \cdot F_m} - x_u \right),$$

$$a_2 = \left\{ \frac{x_u^2}{2 \cdot F_u^2 \cdot K^2 \cdot R_u^{1/3}} - \frac{\sin \alpha}{q^2} \right\} \cdot 2 \cdot F_o^2 \cdot K^2 \cdot R_o^{1/3},$$

$$a_3 = \frac{F_m}{2 \cdot F_o^2 \cdot K^2 \cdot R_o^{1/3}} \cdot \left\{ \frac{W_o - W_u}{\gamma \cdot q^2} + \frac{F_m \cdot \sin \alpha \cdot x_u}{q^2} - \frac{x_u^2}{g \cdot F_u} - \frac{x_u^3 \cdot F_m}{2 \cdot F_u^2 \cdot K^2 \cdot R_u^{1/3}} \right\} \quad (6a)$$

Mit den Gl. (6) oder (6a) läßt sich die Spiegellinie in einem prismatischen Gerinne mit linear veränderlicher Wasserführung stückweise berechnen. Gegeben ist hierbei die Abszisse des flußabwärtigen Begrenzungsquerschnittes, außerdem ist h_u bekannt, während h_o anzunehmen ist. Damit sind in den Gleichungen alle Größen bekannt bis auf x_o , das berechnet werden kann. Man kann so vom bekannten Ausgangspunkt am unteren Ende ausgehen und die Spiegellinie abschnittsweise festlegen.

Die Wasserdrücke W_o und W_u können für jede beliebige Querschnittsform leicht z. B. als Produkt von spezifischem Gewicht, Fläche und Schwerpunktsabstand vom Spiegel berechnet werden. Insbesondere ist

für das Rechteck
$$W = \frac{b \cdot h^2}{2} \cdot \gamma, \quad (7)$$

für das Trapez
$$W = \frac{h^2}{6} \cdot (3b + 2nh) \cdot \gamma. \quad (8)$$

(Beim ungleichschenkligen Trapez bedeutet 1 : n die mittlere Böschungsneigung.)

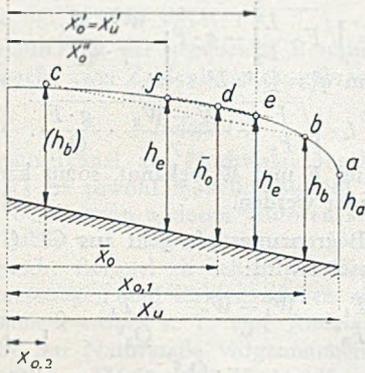


Abb. 5.

Die Gl. (6) hat im allgemeinen zwei reelle und positive Wurzeln, deren Bedeutung aus Abb. 5 ersichtlich ist. Ist man beispielweise vom Punkt a mit der Tiefe $h_u = h_a$ und der Abszisse x_u ausgegangen, so ergibt Gl. (6) bzw. (6a) zwei Wurzeln $x_{o,1}$ und $x_{o,2}$ mit der Wassertiefe h_b . Naturgemäß trifft aber nur $x_{o,1}$ zu, weil nur für den Punkt b angenommen werden kann, daß die den Gl. (6) bzw. (6a) zugrunde liegende arithmetische Mittelbildung (F_m, J_m) richtig ist. Daher liegt Punkt c nur in grober Näherung richtig, wie in Abb. 5 angedeutet ist. Ergibt sich keine reelle Wurzel, so kommt die angenommene Wassertiefe h_o überhaupt nicht zustande; h_o ist dann kleiner zu wählen. Im Grenzfall haben die Gl. (6) bzw. (6a) eine einzige reelle Wurzel. Hier handelt es sich um den Kulminationspunkt d mit der größten Wassertiefe. Die Spiegelneigung ist dort gleich der Sohlenneigung. Es wird im allgemeinen nur durch Zufall gelingen, den Kulminationspunkt genau zu finden, jedoch ist für die Bestimmung des Spiegelverlaufes in der Nähe des Kulminationspunktes das folgende Näherungsverfahren zweckmäßig:

Bei Vernachlässigung der Reibung ist es möglich, die Lage und die Wassertiefe des Punktes d mit den später gegebenen Gl. (11) und (12) zu ermitteln. Da infolge des Reibungseinflusses die wirkliche Spiegellinie über der ohne Berücksichtigung der Reibung ermittelten liegt, fällt der gefundene Punkt nicht in den wirklichen Scheitel der Kurve, sondern etwas flussabwärts (Punkt e, Abb. 5). Wendet man nunmehr Gl. (6a) an mit $x_u = x_u'$, $h_u = h_e$, $h_o = h_j = h_e$, so ergeben sich zwei Wurzeln x_o' und x_o'' von denen $x_o' = x_u'$. Eine der beiden positiven Wurzeln ist also bekannt. Dann ist aber $x_o - x_u$ ein Faktor, durch den Gl. (6a) dividiert werden kann, und es ergibt sich eine quadratische Gleichung von der Form

$$x_o^2 + b_1 \cdot x_o + b_2 = 0,$$

wobei

$$b_1 = a_1 + x_u \quad \text{und} \quad b_2 = a_2 + b_1 \cdot x_u.$$

Es ist somit, da $F_o = F_u$ und $R_o = R_u$

$$x_o'^2 + \frac{2 \cdot K^2 \cdot R_u^{1/3}}{g} \cdot x_o'' + \left(x_u^2 - \frac{\sin \alpha}{q^2} \cdot 2 \cdot F_u \cdot K^2 \cdot R_u^{1/3} + \frac{2 \cdot K^2 \cdot R_u^{1/3}}{g} \cdot x_u \right) = 0, \quad (9)$$

woraus die Abszisse x_o'' des Kurvenpunktes f unmittelbar hervorgeht. Auf diese Weise ist es gelungen, beiderseits des Kulminationspunktes d die Punkte e und f festzulegen, die einer von h_o wenig verschiedenen Wassertiefe entsprechen. Die Spiegelkrümmung zwischen ihnen ist unwesentlich, und somit ist auch die den abgeleiteten Formeln zugrunde liegende Mittelbildung (F_m, J_m) bei sehr guter Näherung zulässig.

Von f aus kann nun durch wiederholte Anwendung von Gl. (6) bzw. (6a) weiter flussaufwärts gerechnet werden. Für den obersten Berechnungsabschnitt ist in Gl. (6) $x_o = 0$ und $h_o = h_i$ zu setzen, und es gilt dann

$$\frac{W_o - W_u}{\gamma \cdot q^2} + \frac{F_m \cdot \sin \alpha \cdot x_u}{q^2} - \frac{x_u^2}{g \cdot F} - \frac{x_u^3 \cdot F_m}{2 \cdot F_u^2 \cdot K^2 \cdot R_u^{1/3}} = 0, \quad (10a)$$

woraus h_i , das in W_o und F_m enthalten ist, unmittelbar gefunden wird.

Bei Anwendung des gegebenen Verfahrens ist zu beachten, daß es sich um eine Integration der Spiegellinien-gleichung in endlicher Form mit Hilfe endlicher Differenzen handelt und daß hierbei gewisse veränderliche Größen (F und R) durch ihre Mittelwerte ersetzt werden. Man muß daher die Tiefenstufen $h_u - h_o$ so festlegen, daß sich in diesem Bereich F und R mit ausreichender Näherung linear ändern. Es wäre also z. B. nicht richtig, wollte man (Abb. 5) von a ausgehend einen Punkt jenseits des Kulminationspunktes d in einem Berechnungsgang bestimmen.

Über den allgemeinen Verlauf der Spiegellinie kann, z. T. nach den Untersuchungen von H. Favre, folgendes gesagt werden:

Die Spiegeltangente am unteren Gerinne-Ende ist, sofern die Ablaufverhältnisse das Zustandekommen der kritischen Tiefe ermöglichen, (theoretisch) lotrecht. Im Kulminationspunkt, dem Ort der größten Wassertiefe, ist sie parallel zur Sohle und am oberen Ende, wo $Q = 0$, waagrecht. Die Abszisse des Kulminationspunktes hängt im wesentlichen von der Gerinneneigung ab. Bei steiler Sohlenneigung liegt der Kulminationspunkt im unteren Teil des Gerinnes, bei mäßiger Neigung etwa in der Mitte und bei horizontaler Sohle am oberen Ende, wo die Kurventangente horizontal liegt.

In vielen Fällen ist es zulässig, die Reibung zu vernachlässigen. Der Reibungseinfluß ist an sich bei den meist nicht sehr langen Sammelgerinnen nicht groß. Zudem entsteht im Gerinne eine wild bewegte Wasseroberfläche, die z. B. bei den Bordhöhen beträchtliche Sicherheitszuschläge erfordert. Es ist somit praktisch belanglos, wenn man bei Vernachlässigung der Reibung Spiegellagen erhält, die einige Zentimeter tiefer sind als die bei Berücksichtigung des Reibungseinflusses. Bei Gerinnen mit steilem Sohlgefälle kommt, worauf Favre hinwies, noch hinzu, daß die Auswirkung der Reibung mehr oder weniger dadurch ausgeglichen wird, daß das seitlich zuströmende Wasser nicht mehr senkrecht zur Gerinneachse einfließt und daher eine merkbare Geschwindigkeitskomponente in der Strömungsrichtung aufweist, die im Sinne von Gl. (1) spiegel senkrecht wirkt.

Setzt man in den gegebenen Gleichungen $K = \infty$, wie es der Vernachlässigung des Reibungseinflusses entspricht, so ergeben sich wesentliche Vereinfachungen. In

Gl. (6) wird u. a. der Koeffizient von x_o^3 zu Null, so daß sich als Lösung der entstehenden quadratischen Gleichung ergibt:

$$x_o = \frac{g \cdot F_o \cdot F_m \cdot \sin \alpha}{2 \cdot q^2} \pm \sqrt{\left(\frac{g \cdot F_o \cdot F_m \cdot \sin \alpha}{2 \cdot q^2}\right)^2 - g \cdot F_o \cdot \left[\frac{W_o - W_u}{\gamma \cdot q^2} + \frac{F_m \cdot \sin \alpha \cdot x_u}{q^2}\right] + \frac{F_o}{F_u} \cdot x_u^2} \quad (10)$$

Die beiden Wurzeln dieser Formel lassen sich in gleicher Weise deuten, wie es bei Gl. (6) und (6 a) geschehen ist. Wichtig ist hier aber, daß man geschlossene Formeln für die Koordinaten \bar{x}_o und \bar{h}_o des Kulminationspunktes angeben kann. Gl. (10) hat nämlich dann eine einzige Lösung, wenn der Radikand zu Null wird, wenn also gilt

$$F_o \cdot \left(\frac{g \cdot F_m \cdot \sin \alpha}{2 \cdot q^2}\right)^2 - g \cdot \left[\frac{W_o - W_u}{\gamma \cdot q^2} + \frac{F_m \cdot \sin \alpha \cdot x_u}{q^2}\right] + \frac{x_u^2}{F_u} = 0. \quad (11)$$

Hieraus kann zunächst die Wassertiefe \bar{h}_o berechnet werden, die in W_o und F_m enthalten ist.

Die Abszisse \bar{x}_o wird gemäß Gl. (10)

$$\bar{x}_o = \frac{g \cdot F_o \cdot F_m \cdot \sin \alpha}{2 \cdot q^2}. \quad (12)$$

Die Gl. (10) vereinfacht sich für das Oberende des Gerinnes wie folgt:

$$\frac{W_u - W_o}{\gamma} + x_u \cdot \left[\frac{q^2 \cdot x_u}{g \cdot F_u} - F_m \cdot \sin \alpha\right] = 0. \quad (13)$$

Reibungsfreies Rechteckgerinne.

Bei reibungsfreien Rechteckgerinnen werden F und W zweckmäßig durch h ausgedrückt. Führt man außerdem die kritische Tiefe ein

$$k_u = \sqrt[3]{\frac{q^2 \cdot x_u^2}{b^2 \cdot g}}, \quad (14)$$

so ergeben sich schließlich aus Gl. (10) bis (13) die folgenden Formeln:

$$x_o = \frac{h_o \cdot h_m \cdot \sin \alpha \cdot x_u^2}{2 \cdot k_u^3} \pm \frac{x_u}{k_u} \cdot \sqrt{\frac{h_o^2 \cdot h_m^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot x_u^2}{4 \cdot k_u^4} - \frac{h_o^3}{2 \cdot k_u} - \frac{h_o \cdot h_m \cdot \sin \alpha \cdot x_u}{k_u} + h_o \left(\frac{k_u^2}{h_u} + \frac{h_u^2}{2 k_u}\right)} \quad (15)$$

$$\bar{h}_o \left(\frac{g \cdot b^2 \cdot h_m \cdot \sin \alpha}{2 \cdot q^2}\right)^2 - \frac{g \cdot b^2}{2 \cdot q^2} \left[(h_o^2 - h_u^2) + 2 \cdot h_m \cdot \sin \alpha \cdot x_u\right] + \frac{x_u^2}{h_u} = 0 \quad (16)$$

$$\bar{x}_o = \frac{g \cdot b^2 \cdot h_m \cdot \bar{h}_o \cdot \sin \alpha}{2 \cdot q^2} \quad (17)$$

Oberster Gerinneabschnitt: Aus Gl. (13) und mit k_u nach Gl. (14) sowie der Annahme $h_m = 1/2 \cdot (h_o + h_u)$ wird

$$h_o = h_1 = -\frac{x_u \cdot \sin \alpha}{2} + \sqrt{2 \cdot \frac{k_u^3}{h_u} + h_u^2 - \frac{\sin \alpha \cdot x_u}{4} (4 h_u - \sin \alpha \cdot x_u)} \quad (18)$$

Läßt man die Art der Mittelbildung für h_m offen, so kann aus Gl. (13) gefunden werden

$$h_1 = \sqrt{2 \cdot \frac{k_u^3}{h_u} - 2 \cdot \sin \alpha \cdot x_u \cdot h_m + h_u^2}. \quad (18a)$$

Horizontales reibungsfreies Gerinne.

Hierbei wird die Komponente des Flüssigkeitsgewichtes in der Strömungsrichtung gleich Null. Dies kommt in Gl. (10) dadurch zum Ausdruck, daß wegen $\sin \alpha = 0$ die F_m enthaltenden Glieder fortfallen. Damit verschwindet der Einfluß der Spiegelkrümmung in der Kräftebilanz,

und die bisher angenäherte Lösung geht in eine exakte über. Man kann nunmehr jeden beliebigen Kurvenpunkt ausgehend von den Daten des Gerinne-Unterendes be-

stimmen. In Gl. (10) wird somit außer $\alpha = 0$ zu setzen sein:

statt $x_u, F_u, h_u, W_u \dots L, F_2, h_2, W_2$,

statt $x_o, F_o, h_o, W_o \dots x, F, h, W$, vgl. Abb. 6

So erhält man

$$x = \sqrt{F \cdot \frac{L^2}{F_2} - g \cdot F \cdot \frac{W - W_2}{\gamma \cdot q^2}}$$

oder, wenn man $q^2 = Q_2^2 : L^2$ setzt,

$$x = L \cdot \sqrt{\frac{F}{F_2} - \frac{W - W_2}{\gamma} \cdot \frac{g \cdot F}{Q_2^2}}. \quad (19)$$

Für jedes h sind F und W bekannt, somit kann x ohne weiteres berechnet werden.

Die obere Begrenzungstiefe geht aus Gl. (19) hervor, wenn $x = 0$ gesetzt wird:

$$\frac{F_1}{F_2} - \frac{W_1 - W_2}{\gamma} \cdot \frac{g \cdot F_1}{Q_2^2} = 0 \quad \text{oder} \quad W_1 = \frac{\gamma \cdot Q_2^2}{g \cdot F_2} + W_2. \quad (20)$$

Hieraus ergibt sich W_1 und weiterhin h_1 , etwa unter Zuhilfenahme von Gl. (7) bzw. (8).

Geht man nunmehr wieder auf das reibungsfreie horizontale Rechteckprofil über, so kommt man zu den Formeln, die H. Favre auf anderem Wege gefunden hat [2]. Da $F = b \cdot h$ und $W = \gamma \cdot b \cdot h^2/2$, ergibt sich aus Gl. (19)

$$x = L \cdot \sqrt{\frac{h}{h_2} - \frac{b}{2} \cdot (h^2 - h_2^2) \cdot \frac{g \cdot b \cdot h}{Q_2^2}}$$

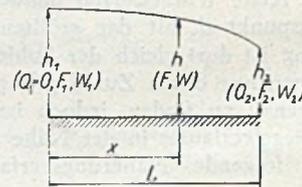


Abb. 6.

oder, nach Einführung von $k_2 = \sqrt[3]{\frac{Q_2^2}{g \cdot b^2}}$,

$$x = \frac{L}{k_2} \cdot \sqrt{\left(\frac{k_2^2}{h_2} + \frac{h_2^2}{2 \cdot k_2}\right) \cdot h - \frac{h^3}{2 \cdot k_2}}. \quad (21)$$

Für das Ober-Ende ist $x = 0$ und $h = h_1$. Aus Gl. (21) wird dann

$$h_1 = h_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{k_2}{h_2}\right)^3 + 1} \quad (22)$$

bzw., wenn $h_2 = k_2$,

$$h_1 = k_2 \cdot \sqrt{3}. \quad (23)$$

Unter der vereinfachenden Annahme, daß sich das Sohlengefälle i (bzw. $\sin \alpha$) und das Reibungsgefälle in ihren Auswirkungen aufheben [siehe Gl. (3)], hat de Marchi ein einfaches zeichnerisches Verfahren gegeben, das auf der Beziehung $S_o = S_u = \text{konst.}$ beruht. Es sei für flach geneigte Rinnen mit strömendem und für

stark geneigte Rinnen mit schießendem Wasser geeignet. Was den letztgenannten Fall betrifft, so ist bereits eingangs das Nötige gesagt worden. Bei flach geneigten Gerinnen könnte natürlich ab und an die vereinfachende Voraussetzung, wenigstens global gesehen, zutreffen. In solchen Fällen würde naturgemäß auch die für das reibungsfreie horizontale Gerinne abgeleiteten Formeln (19) bis (23) verwendbar sein.

Im übrigen können die vorstehend entwickelten Formeln bei Vernachlässigung der Reibung aber unter Berücksichtigung der Sohlen- und Wandreaktion auch zur näherungsweise Berechnung bei geringem Arbeitsaufwand verwendet werden, wie später an einem Zahlenbeispiel gezeigt werden soll.

Zur Erläuterung der gegebenen Berechnungsverfahren sollen nunmehr zwei Zahlenbeispiele gebracht werden.

Beispiel 1.

Der Sammelkanal am Hochwasserüberfall des Tieton Dam (USA) ist sowohl modellmäßig [6] als auch theoretisch [2] bereits von anderen Autoren studiert worden. Es dürfte daher von Interesse sein, zu Vergleichszwecken hier das gleiche Beispiel zu behandeln. Die hier verwendeten Abmessungen und Zahlenangaben sind der Quelle [2] entnommen, wobei z. T. eine Rückverwandlung der Modellmaße auf Naturmaße vorgenommen wurde. Überfalllänge $L = 136,56$ m (= Gerinnelänge), Längsgefälle $i = \tan \alpha = 0,0938$, $\sin \alpha = 0,0934$, Querschnitt trapezförmig, $b = 6,09$ m, $1:n = 1:0,5$, untersucht wird der Abfluß von $Q_2 = 1133$ m³/s, also $q = 8,30$ m³/s · m.

Die Wasserbewegung im Ablaufkanal ist schießend, somit ist am unteren Ende, bei Abszisse $x_u = 136,56$ m, die kritische Tiefe anzunehmen. Sie beträgt $k_2 = 11,21$ m, denn

$$k_2 = \frac{1}{b + n \cdot k_2} \cdot \sqrt[3]{\frac{Q_2^2}{g}} \cdot (b + 2 \cdot n \cdot k_2)$$

$$= \frac{1}{6,09 + 0,5 \cdot 11,21} \cdot \sqrt[3]{\frac{1133^2}{9,81}} \cdot (6,09 + 2 \cdot 0,5 \cdot 11,21) = 11,21 \text{ m.}$$

Um zunächst einen allgemeinen Überblick über den Verlauf der Spiegelkurve zu erhalten, wollen wir nach Gl. (11) und (12) unter Vernachlässigung der Reibung die Kulminationskoordinaten bestimmen.

$$x_u = 136,56 \text{ m; } F_u = 6,09 \cdot 11,21 + 0,5 \cdot 11,21^2 = 131,10 \text{ m}^2;$$

$$\text{Gl. (8): } W_u = \frac{11,21^2}{6} \cdot (3 \cdot 6,09 + 2 \cdot 0,5 \cdot 11,21) \cdot 1,0 = 617,44 \text{ t;}$$

Gl. (11):

$$F_o \cdot \left(\frac{9,81 \cdot F_m \cdot 0,0934^2}{2 \cdot 8,3^2} \right) - 9,81$$

$$\cdot \left[\frac{W_o - 617,44}{1,0 \cdot 8,3^2} + \frac{F_m \cdot 0,0934 \cdot 136,56}{8,3^2} \right] + \frac{136,56^2}{131,10} = 0,$$

$$F_o \cdot \frac{F_m^2}{22 \cdot 612,1} - \frac{W_o - 617,44}{7,0225} - 1,8163 \cdot F_m + 142,247 = f(\bar{h}_o) = 0.$$

Die Auflösung dieser Gleichung nach \bar{h}_o geschieht so, daß für verschiedene angenommene Werte \bar{h}_o die Funktion $f(\bar{h}_o)$ ermittelt wird:

$\bar{h}_o =$	11,60	11,70	11,80	m
$F_o =$	137,924	139,698	141,482	m ²
$F_m = 1/2 \cdot (F_o + 131,10) =$	134,51	135,40	136,29	m ²
$W_o =$	669,900	683,766	697,834	t
$f(\bar{h}_o) =$	+113,4	+21,1	-72,6	

Durch zeichnerische Zwischenschaltung wird gefunden, daß $f(\bar{h}_o) = 0$ für $\bar{h}_o = 11,72$ m.

Hierfür ist $F_o = 6,09 \cdot 11,72 + 0,5 \cdot 11,72^2 = 140,05$ m²;

$$F_m = 1/2 \cdot (140,05 + 131,10) = 135,58 \text{ m}^2,$$

so daß nach Gl. (12)

$$\bar{x}_o = \frac{9,81 \cdot 140,05 \cdot 135,58 \cdot 0,0934}{2 \cdot 8,3^2} = 126,3 \text{ m.}$$

Der Kulminationspunkt liegt demnach ziemlich nahe dem Unter-Ende, was bei der Steilheit des Sammelkanales zu erwarten war. Mit diesem Ergebnis kann nunmehr die Disposition für die genaue Spiegelberechnung nach Gl. (6) usf. unter Berücksichtigung der Reibung getroffen werden. Die Rauigkeitsziffer K der Stricklerformel ist weder für das Modell noch für das Bauwerk bekannt. Wir nehmen im folgenden $K = 60$ an und werden uns dabei nicht allzu weit von der Wirklichkeit entfernen. — Die Berechnung wird nunmehr in den weiter unten in Tabelle 1 zusammengestellten 9 Abschnitten durchgeführt. Wie ersichtlich, sind die Tiefenstufen in der Nähe des Kulminationspunktes zu dessen möglichst genauer Erfassung kleiner gewählt als im übrigen. Der Kulminationspunkt selbst ist in Abschnitt 3 zu erwarten. Die Abschnitte 1, 2 und 4 . . . 8 sind nach Gl. (6) bzw. (6a) zu rechnen, Abschnitt 3 dagegen nach (9) und Abschnitt 9 nach Gl. (10a). Wegen des Umfangs einer solchen Untersuchung sollen hier nur einige Phasen der Berechnung gezeigt werden.

Abschnitt 1: Mit $h_u = 11,21$ m und $x_u = 136,56$ m ergab sich nach Gl. (6a) zu $h_o = 11,55$ m . . . $x_o = 134,9$ m, wofür

$$F_o = 137,0 \text{ m}^2, \quad W_o = 663,45 \text{ t}, \quad R_o = 4,29 \text{ m.}$$

Abschnitt 2:

$$h_u = 11,55 \text{ m}, \quad x_u = 134,9 \text{ m}, \quad F_u = 137,0 \text{ m}^2,$$

$$W_u = 663,45 \text{ t}, \quad R_u = 4,29 \text{ m},$$

$$h_o = 11,72 \text{ m}, \quad F_o = 6,09 \cdot 11,72 + 0,5 \cdot 11,72^2 = 140,10 \text{ m}^2,$$

$$p_o = 6,09 + 2 \cdot 11,72 \sqrt{1 + 0,5^2} = 32,29 \text{ m},$$

$$R_o = 140,10 \cdot 32,29 = 4,34 \text{ m},$$

$$W_o = \frac{11,72^2}{6} \cdot (3 \cdot 6,09 + 2 \cdot 0,5 \cdot 11,72) = 686,58 \text{ t},$$

$$F_m = 1/2 \cdot (137,0 + 140,1) = 138,55 \text{ m}^2.$$

Nach Gl. (6a) ergibt sich

$$a_1 = \frac{2 \cdot 140,1 \cdot 60^2 \cdot 4,34^{1/3}}{9,81 \cdot 138,55} - 134,9 = 5117,2,$$

$$a_2 = \left\{ \frac{134,9^2}{2 \cdot 137,0^2 \cdot 60^2 \cdot 4,29^{1/3}} - \frac{0,0934}{8,3^2} \right\}$$

$$\cdot 2 \cdot 140,1^2 \cdot 60^2 \cdot 4,34^{1/3} = -1 \cdot 336 \cdot 500$$

$$a_3 = \frac{2 \cdot 140,1^2 \cdot 60^2 \cdot 4,34^{1/3}}{138,55}$$

$$\cdot \left\{ \frac{686,58 - 663,45}{1,0 \cdot 8,3^2} + \frac{138,55 \cdot 0,0934 \cdot 134,9}{8,3^2} \right.$$

$$\left. - \frac{134,9^2}{9,81 \cdot 137,0} - \frac{134,9^3 \cdot 138,55}{2 \cdot 137,0^2 \cdot 60^2 \cdot 4,29^{1/3}} \right\}$$

$$a_3 = 84 \cdot 980 \cdot 000$$

$$x_o^3 + 5117,2 \cdot x_o^2 - 1 \cdot 336 \cdot 500 \cdot x_o + 84 \cdot 980 \cdot 000 = 0.$$

Hieraus

$$x_o = \begin{cases} (120,3 \text{ m}) \\ 131,6 \text{ m.} \end{cases}$$

Die kleinere Abszisse gehört einem Punkt oberhalb des Kulminationspunktes an, hat also keine praktische Bedeutung.

Abschnitt 3:

$$h_u = h_o = 11,72 \text{ m}, \quad x_u = x_o' = 131,6 \text{ m},$$

$$F_u = 140,1 \text{ m}^2, \quad R_u = 4,34 \text{ m.}$$

Nach Gl. (9) ist

$$x_o'^2 + \frac{2 \cdot 60^2 \cdot 4,34^{1/3}}{9,81} \cdot x_o' + \left(131,6^2 - \frac{0,0934}{8,3^2} \cdot 2 \cdot 140,1 \cdot 60^2 \cdot 4,34^{1/3} \right)$$

$$+ \frac{2 \cdot 60^2 \cdot 4,34^{1/3}}{9,81} \cdot 131,6 = 0$$

$$x_o'^2 + 5196,25 x_o' - 654 \cdot 634 = 0, \text{ woraus } x_o' = 123,1 \text{ m.}$$

Abschnitte 4 · · · 8: Die Berechnung wird durchgeführt wie für Abschnitt 2. Am Ober-Ende von Abschnitt 8 erhält man $h_0 = 8,40\text{ m}$, $x_0 = 21,8\text{ m}$, $F_0 = 86,42\text{ m}^2$, $W_0 = 313,64\text{ t}$, $R_0 = 3,475\text{ m}$.

Abschnitt 9: Zur Ermittlung der Anfangstiefe $h_1 = h_0$ wird Gl. (10a) verwendet. Mit $F_u = 86,42\text{ m}^2$, $F_m = 1/2 \cdot (F_0 + 86,42)$, $R_u = 3,475\text{ m}$, $W_u = 313,64\text{ t}$ und $x_u = 21,8\text{ m}$ ist

$$\frac{W_0 - 313,64}{1,0 \cdot 8,3^2} + \frac{1/2 \cdot (F_0 + 86,42) \cdot 0,0934 \cdot 21,8}{8,3^2} - \frac{21,8^2}{9,81 \cdot 86,42} - \frac{21,8^3 \cdot 1/2 \cdot (F_0 + 86,42)}{2 \cdot 86,42^2 \cdot 60^2 \cdot 3,475^{4/3}} = 0$$

oder

$$\frac{W_0}{68,89} + 0,01476 \cdot (F_0 + 86,42) - 5,114 = f(h_1) = 0.$$

Wir ermitteln für verschiedene Werte $h_0 = h_1$ die Funktion $f(h_1)$

$h_0 = h_1 =$	6,85	6,90	6,95 m
$F_0 =$	65,16	65,83	66,48 m ²
$W_0 =$	196,46	199,72	203,02 t
$f(h_1) =$	-0,024	+0,034	+0,090

$f(h_1)$ wird, wie durch Interpolation festzustellen ist, zu Null für

$$h_1 = 6,87\text{ m}.$$

Damit ist die Spiegellinie sehr genau festgelegt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

Abschnitt	Abszisse x m	Tiefe h m
1	136,56	11,21
2	134,9	11,55
3	131,6	11,72
4	123,1	11,72
5	112,7	11,55
6	88,9	11,00
7	66,3	10,30
8	42,6	9,40
9	21,8	8,40
	0,0	6,87

Bei dem vorliegenden starken Längsgefälle muß erwartet werden, daß der Reibungseinfluß stark zurückgeht bzw. z. T. durch die Bewegungsgröße des nicht ganz senkrecht zur Fließrichtung einfallenden Wassers ausgeglichen wird. Man kann also in unserem Falle die Reibung unbedenklich vernachlässigen und durch schrittweise Anwendung der Gl. (10) und (13) die Spiegellinie bestimmen. Die Berechnung ist im übrigen ganz ähnlich auszuführen wie bei Berücksichtigung der Reibung und braucht deshalb hier nicht wiedergegeben zu werden. Die Ergebnisse gehen aus Tabelle 2 hervor.

Tabelle 2.

Abszisse x m	Tiefe h m
136,56	11,21
134,35	11,55
129,27	11,73
116,14	11,55
91,91	11,00
68,54	10,30
44,11	9,40
22,92	8,40
0,0	6,82

Die in den beiden Tabellen enthaltenen Wassertiefen sind zu Vergleichszwecken in Abb. 7 a in Abhängigkeit von den berechneten Abszissen zeichnerisch dargestellt. Hieraus sind einmal die Kulminationspunkte deutlich erkennbar, außerdem ist auch der geringe Einfluß der Reibung

ersichtlich. Die in der Abbildung dargestellte dritte (punktierete) Spiegellinie ist nach dem später beschriebenen graphischen Verfahren bestimmt. Sie liegt höher als die beiden anderen Kurven. Diese Abweichung ist aber nicht durch eine geringere Genauigkeit des zeichnerischen Verfahrens bedingt, sondern dadurch, daß die Berech-

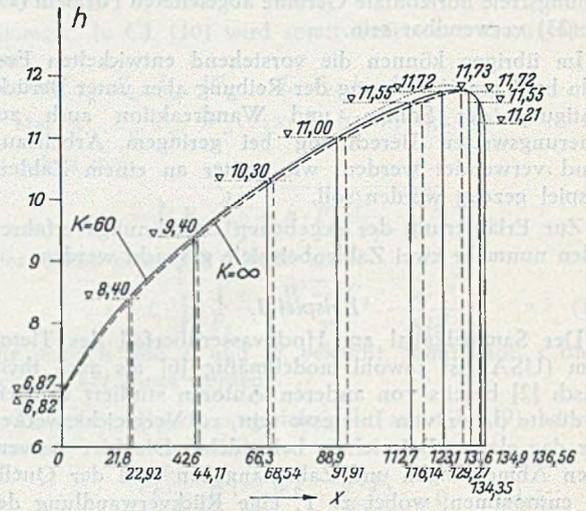


Abb. 7 a.

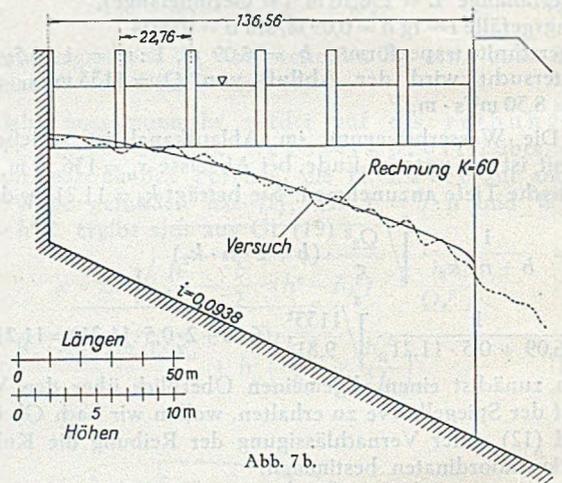


Abb. 7 b.

nung in sechs gleichen Abszissenabschnitten durchgeführt wurde, wobei der Kulminationspunkt „überrechnet“ wurde, weil er, wie die Abbildung zeigt, zu sehr von den Begrenzungsquerschnitten des ersten Berechnungsabschnittes entfernt liegt und daher nicht genügend scharf erfaßt ist.

Einen Längenschnitt des Gerinnes zeigt Abb. 7 b. Dieser enthält außer der für $K = 60$ errechneten die von S m r e k am Modell beobachtete Spiegellinie.

Beispiel 2.

Die für das reibungsfreie Gerinne gegebenen Gl. (11) bis (13) bzw. (16) bis (18) für das Rechteckprofil gestattet es, ohne eingehende Durchrechnung außer dem als bekannt anzusehenden Ausgangspunkt am Unter-Ende zwei weitere kennzeichnende Punkte unmittelbar zu berechnen, nämlich den Kulminationspunkt und den Kurvenpunkt am Ober-Ende. In diesen zwei bzw. drei Punkten sind zudem auch die Tangentenrichtungen bekannt: am Unter-Ende liegt die Tangente vertikal (falls dort die kritische Tiefe auftritt), im Kulminationspunkt parallel zur Sohle und am oberen Ende horizontal. Man ist also in der Lage, nach Festlegung dieser drei Punkte die Kurve zunächst näherungsweise zu zeichnen und hiernach sodann eine Berichtigung der Ergebnisse vorzunehmen.

Dieser Weg wird besonders dort gut gangbar sein, wo der Kulminationspunkt nicht allzuweit an eines der Gerinneenden heranrückt, also bei Längsgefällen mittlerer Größe. (Bei Beispiel 1 liegt der Kulminationspunkt, wie wir gesehen haben, sehr nahe am Unter-Ende, so daß hier das Näherungsverfahren weniger aussichtsreich erscheint.)

Ein derartiger Fall soll nunmehr im folgenden Beispiel behandelt werden.

Rechteckiger Sammelkanal. $Q_1 = 0, Q_2 = 10 \text{ m}^3/\text{s}, L = 20 \text{ m}, q = 0,5 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}, i = 0,02, \sin \alpha \approx 0,02, b = 2,0 \text{ m}, K = \infty$ (Reibung vernachlässigt), am Unter-Ende stürzt das Wasser frei ab.

$$h_2 = k_2 = \sqrt[3]{\frac{10^2}{2,0^2 \cdot 9,81}} = 1,367 \text{ m.}$$

Festlegung des Kulminationspunktes nach Gl. (16):

$$x_u = 20,00 \text{ m}, \quad h_u = 1,367 \text{ m.}$$

$$\bar{h}_o \cdot \left(\frac{9,81 \cdot 2,0^2 \cdot h_m \cdot 0,02}{2 \cdot 0,5^2} \right)^2 - \frac{9,81 \cdot 2,0^2}{2 \cdot 0,5^2} \cdot [(\bar{h}_o^2 - 1,367^2) + 2 \cdot h_m \cdot 0,02 \cdot 20,0] + \frac{20,0^2}{1,367} = 0$$

oder

$$\bar{h}_o^2 - 0,03135 \cdot h_m^2 \cdot \bar{h}_o - 5,59 + 0,80 \cdot h_m = 0 = f(\bar{h}_o).$$

Wir ermitteln unter der Annahme $h_m = 1/2 \cdot (\bar{h}_o + 1,367)$ für verschiedene angenommene Werte \bar{h}_o die Funktionsgröße $f(\bar{h}_o)$. Es ergibt sich

$\bar{h}_o =$	2,00	2,10	2,20 m,
$f(\bar{h}_o) =$	-0,168	+0,302	+0,790.

Der zutreffende Wert \bar{h}_o wird hieraus durch Zwischenschaltung für $f(\bar{h}_o) = 0$ erhalten. Es ist $\bar{h}_o = 2,036 \text{ m}$. Hierfür ist $h_m = 1/2 \cdot (2,036 + 1,367) = 1,702 \text{ m}$ und nach Gl. (17)

$$\bar{x}_o = \frac{9,81 \cdot 2,0^2 \cdot 2,036 \cdot 1,702 \cdot 0,02}{2 \cdot 0,5^2} = 5,44 \text{ m.}$$

Vom Kulminationspunkt ausgehend wird nun nach Gl. (18) der Punkt $(x_o = 0, h_o = h_1)$ bestimmt.

$$x_u = 5,44 \text{ m}, \quad Q_u = 0,5 \cdot 5,44 = 2,72 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$k_u^3 = \frac{Q_u^2}{g \cdot b^2} = \frac{2,72^2}{9,81 \cdot 2,0^2} = 0,1884, \quad h_u = 2,036 \text{ m,}$$

$$h_o = h_1 = -\frac{5,44 \cdot 0,02}{2} +$$

$$\sqrt{2 \cdot \frac{0,1884}{2,036} + 2,036^2 - \frac{0,02 \cdot 5,44}{4} \cdot (4 \cdot 2,036 - 0,02 \cdot 5,44)},$$

$$h_1 = 1,97 \text{ m.}$$

Mit den ermittelten Werten läßt sich in erster Näherung (Abb. 8) ein Längenschnitt des Wasserspiegels aufzeichnen. Man sieht, daß der Kulminationspunkt ziemlich weit flußauf liegt und daß bei seiner Ermittlung wegen der starken Spiegelkrümmung eine arithmetische Mittelbildung für h_m möglicherweise nicht ausreichen dürfte. Es empfiehlt sich daher, eine zweite Näherung vorzunehmen. Wir ermitteln aus dem Längenschnitt für die untere Berechnungsstrecke eine mittlere Tiefe $h_m = 1,91 \text{ m}$ und führen diese statt des arithmetischen Mittels in Gl. (16) ein. (Die Ermittlung von h_m aus dem Längenschnitt ist nur bei Rechteckprofilen möglich. Bei anderen Querschnittsformen ist statt dessen, vgl. Gl. (11), F_m zu bestimmen.)

$$\bar{h}_o \cdot \left(\frac{9,81 \cdot 2,00^2 \cdot 1,91 \cdot 0,02}{2 \cdot 0,5^2} \right)^2 - \frac{9,81 \cdot 2,0^2}{2 \cdot 0,5^2} \cdot [(\bar{h}_o^2 - 1,367^2) + 2 \cdot 1,91 \cdot 0,02 \cdot 20,0] + \frac{20,0^2}{1,367} = 0$$

oder

$$\bar{h}_o^2 - 0,1145 \cdot \bar{h}_o - 4,07 = 0, \quad \text{woraus } \bar{h}_o = 2,07 \text{ m.}$$

Gl. (17):

$$\bar{x}_o = \frac{9,81 \cdot 2,0^2 \cdot 2,07 \cdot 1,91 \cdot 0,02}{2 \cdot 0,5^2} = 6,20 \text{ m.}$$

Oberer Abschnitt nach Gl. (18):

$$x_u = 6,20 \text{ m}, \quad Q_u = 6,20 \cdot 0,5 = 3,10 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$k_u^3 = \frac{3,10^2}{9,81 \cdot 2,0^2} = 0,245, \quad h_u = 2,07 \text{ m,}$$

$$h_1 = -\frac{6,20 \cdot 0,02}{2} +$$

$$\sqrt{2 \cdot \frac{0,245}{2,07} + 2,07^2 - \frac{0,02 \cdot 6,20}{4} \cdot (4 \cdot 2,07 - 0,02 \cdot 6,20)},$$

$$h_1 = 2,004 \text{ m.}$$

Eine (hier nicht wiedergegebene) genaue stückweise Berechnung nach Gl. (15) bis (18) ergibt als Kulminationskoordinaten $\bar{h}_o = 2,074 \text{ m}$ und $\bar{x}_o = 6,63 \text{ m}$, ferner $h_1 = 2,008 \text{ m}$. Wie man sieht, gibt die zweite Näherung bereits einen hohen Grad von Genauigkeit. Im vorliegenden Fall würde für praktische Zwecke offenbar auch bereits die erste Näherung genügen, vgl. hierzu Abb. 8.

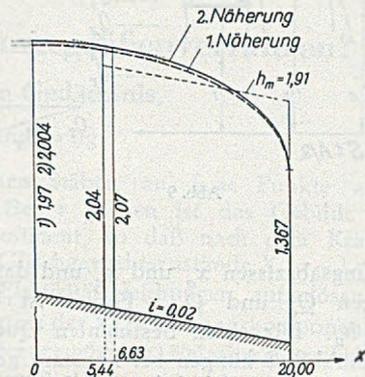


Abb. 8.

Bei dem Beispiel lag der Kulminationspunkt ziemlich weit flußauf, so daß für den ersten Abschnitt eine zweite Näherung erforderlich schien. In Fällen, in denen der obere Abschnitt länger ausfällt, mag auch hier bei merklicher Krümmung der Spiegellinie eine zweite Näherung nötig werden, wobei mit einem aus erster Näherung bestimmten h_m Gl. (18a) verwendet werden kann.

Das vorstehend behandelte Rechnungsverfahren eignet sich in erster Linie für den Fall linearer Wassermengenverteilung entlang der Gerinneachse. Es eignet sich zwar grundsätzlich auch für eine beliebige Längsverteilung, nur wird die Auflösung der Grundgleichung nach einer Begrenzungswassertiefe bei gegebenen Abszissen umständlicher. In einem solchen Fall ist das nachstehend beschriebene graphische Verfahren wesentlich bequemer.

III. Graphisches Verfahren.

Das graphische Verfahren geht von Gl. (3) aus:

$$S_o + \gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot \sin \alpha = S_u + \gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot J_m, \quad (3)$$

wobei

$$S_o = W_o + \frac{\gamma}{g} \cdot Q_o \cdot v_o \quad \text{und} \quad S_u = W_u + \frac{\gamma}{g} \cdot Q_u \cdot v_u.$$

Die Mittelbildung für die zweiten Glieder links und rechts wird folgendermaßen durchgeführt:

$$\gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot \sin \alpha = \frac{\Delta x}{2} \cdot \gamma \cdot \sin \alpha \cdot F_o + \frac{\Delta x}{2} \cdot \gamma \cdot \sin \alpha \cdot F_u, \quad (24)$$

$$\gamma \cdot F_m \cdot \Delta x \cdot J_m = \frac{\Delta x}{2} \cdot \gamma \cdot F_o \cdot J_o + \frac{\Delta x}{2} \cdot \gamma \cdot F_u \cdot J_u. \quad (25)$$

Damit wird aus Gl. (3)

$$S_u - \frac{\Delta x}{2} \cdot \gamma \cdot F_u \cdot (\sin \alpha - J_u) = S_o + \frac{\Delta x}{2} \cdot \gamma \cdot F_o \cdot (\sin \alpha - J_o) \quad (26)$$

oder, mit

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_u}{2} &= \frac{\Delta x}{2} \cdot \gamma \cdot F_u \cdot (\sin \alpha - J_u) \\ \frac{A_o}{2} &= \frac{\Delta x}{2} \cdot \gamma \cdot F_o \cdot (\sin \alpha - J_o) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

und

$$S_u - \frac{A_u}{2} = S_o + \frac{A_o}{2} \quad (28)$$

Hierauf beruht das zeichnerische Verfahren. Gegeben sind für einen Berechnungsabschnitt von der Länge Δx

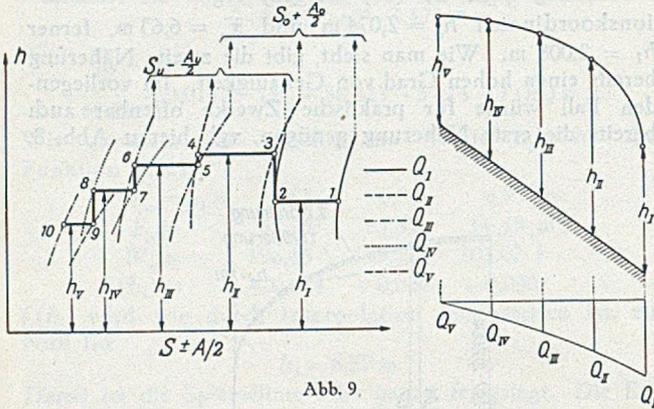


Abb. 9.

die Begrenzungsabszissen x_o und x_u und damit auch die Wassermengen Q_o und Q_u . Ferner ist bekannt die Wassertiefe h_u . Für einen bestimmten Querschnitt mit festliegendem Abfluß hängen bei konstant gewähltem Δx die Größen S und A lediglich von der Wassertiefe ab. Man kann also gemäß Abb. 9 für jedes Profil zwei Kurven $S_o + A_o/2 = f(h)$ und $S_u - A_u/2 = f(h)$ berechnen und auftragen. Hat man diese Kurven gezeichnet, so ist die

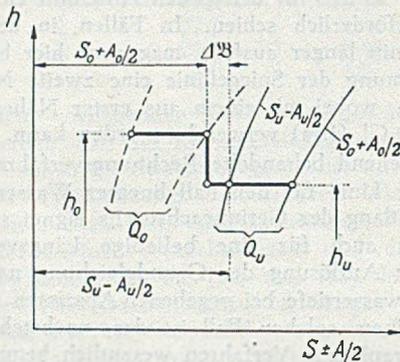


Abb. 10.

weitere Berechnung sehr einfach. Sie beruht auf dem in Abb. 9 stark gezeichneten Linienzug, durch dessen senkrechte Teile jeweils die Gl. (28) ausgewertet wird.

Wie ersichtlich, besteht der Hauptteil der Arbeit in der Ermittlung der Kurven. Diese brauchen selbstverständlich nur in dem vermutlich in Betracht kommenden Tiefenbereich und für Tiefen über der kritischen Tiefe entworfen zu werden. (In Abb. 9 können außerdem beim untersten Querschnitt die Kurve $S_o + A_o/2$ beim obersten Querschnitt die Kurve $S_u - A_u/2$ fortgelassen werden.) Auch wird es zweckmäßig sein, sich vor der Festlegung des Abszissenintervalles Δx durch Anwendung der Gl. (10), (11) bzw. (16), (17) über die ungefähre Lage des Kulminationspunktes Aufschluß zu verschaffen. Um größere Ungenauigkeiten zu vermeiden, wird man Δx möglichst so wählen, daß eine Abschnittsgrenze in die Nähe des Kulminationspunktes zu liegen kommt. Welcher Art diese

Ungenauigkeiten sind, ist schon oben (Zahlenbeispiel 1) gesagt worden.

Das graphische Verfahren bleibt auch brauchbar, wenn die Geschwindigkeitskomponente u des seitlich zuströmenden Wassers nicht zu Null wird. Analog dem bisherigen Vorgang ergibt sich aus Gl. (1) die Beziehung

$$S_u - A_u/2 - \Delta B = S_o + A_o/2, \quad (29)$$

wobei

$$\Delta B = \frac{\gamma}{g} \cdot \Delta Q \cdot u, \quad (30)$$

also die Bewegungsgröße des seitlichen Zuflusses in bezug auf die Hauptstromrichtung bedeutet. ΔB ergibt sich aus den Zulaufverhältnissen. Zeichnerisch kann es nach Abb. 10 berücksichtigt werden. Die waagrechten Teile des Berechnungslinienzuges sind jeweils um die Größe ΔB über die Kurven $(S_u - A_u/2)$ hinaus zu verlängern, ehe die senkrechten Schenkel zu den Kurven $(S_o + A_o/2)$ des nächstfolgenden Querschnittes angesetzt werden.

IV. Anhang.

Zum Schluß soll der Vollständigkeit halber noch das Verfahren von H. Favre [2, 4, 5] wiedergegeben werden. Seine Berechnungsformel kann mit Hilfe von Abb. 4 aus Gl. (1) abgeleitet werden. Wir ersetzen die Differenzen ΔQ und Δx durch die Differentiale dQ und dx , ferner ist zu setzen $Q_u = Q$, $v_u = v$, $Q_o = Q - dQ$, $v_o = v - dv$, wodurch die Berechnungsrichtung stromauf festgelegt ist. Gl. (1) nimmt dann die Form an

$$\begin{aligned} W_o + \frac{\gamma}{g} \cdot (Q - dQ) \cdot (v - dv) + \frac{\gamma}{g} \cdot dQ \cdot u + \gamma \cdot F \cdot dx \cdot \sin \alpha \\ = W_u + \frac{\gamma}{g} \cdot Q \cdot v + \gamma \cdot F \cdot dx \cdot J. \end{aligned} \quad (31)$$

Da $W_o - W_u = dW = \gamma \cdot F \cdot dh + \gamma \cdot dF \cdot dh + \gamma \cdot \frac{(dh)^2}{2} \cdot B$, kann Gl. (31) bei Vernachlässigung unendlich kleiner Glieder von 2. Ordnung geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{g} \cdot \{dQ(u - v) - Q \cdot dv\} \\ = -\gamma \cdot F \cdot dh + \gamma \cdot F \cdot dx \cdot (J - \sin \alpha), \end{aligned}$$

woraus mit $\sin \alpha = i$

$$dh = dx(J - i) + \frac{v \cdot dv}{g} + \frac{dQ \cdot Q}{g \cdot F^2} \cdot \left(1 - \frac{u}{v}\right). \quad (32)$$

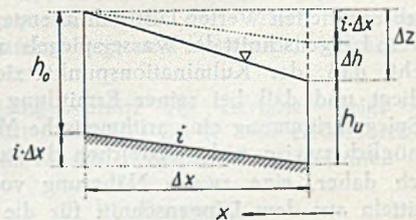


Abb. 11.

Um auf endliche Differenzen überzugehen, wird integriert, und es ergibt sich

$$\Delta h = \Delta x \cdot (J_m - i) + \frac{v_u - v_o^2}{2g} + \left(1 - \frac{u}{v_m}\right) \cdot \frac{Q_u^2 - Q_o^2}{2g \cdot F_m^2} \quad (33)$$

Ersetzt man gemäß Abb. 11 Δh durch Δz und $\Delta x \cdot i$:

so erhält man die Formel von Favre

$$\Delta z = J_m \cdot \Delta x + \frac{v_u - v_o^2}{2g} + \left(1 - \frac{u}{v_m}\right) \cdot \frac{Q_u^2 - Q_o^2}{2g \cdot F_m^2} \quad (34)$$

bzw. für $u=0$,

$$\Delta h = \Delta x \cdot (J_m - i) + \frac{v_u^2 - v_o^2}{2g} + \frac{Q_u^2 - Q_o^2}{2g \cdot F_m^2} \quad (35)$$

$$\Delta z = J_m \cdot \Delta x + \frac{v_u^2 - v_o^2}{2g} + \frac{Q_u^2 - Q_o^2}{2g \cdot F_m^2} \quad (36)$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen lassen sich entgegen der Fließrichtung fortschreitend die Tiefenänderung Δh bzw. die Änderungen der Spiegelhöhen Δz ermitteln, ähnlich wie es von der stückweisen Staukurvenberechnung her bekannt ist. Um die Mittelwerte F_m und J_m bilden zu können, ist jeweils zunächst die obere Begrenzungstiefe h_o zu schätzen. Der berechnete Wert muß mit dem angenommenen übereinstimmen, andernfalls ist die Berechnung so lange zu wiederholen, bis sich Annahme und Berechnungsergebnis decken. Das mittlere Reibungsgefälle J_m kann, entsprechend dem Vorgang bei der Ableitung der Gl. (5), gesetzt werden

$$J_m = 1/2 \cdot \left(\frac{v_o^2}{K^2 \cdot R_o^{4/3}} + \frac{v_u^2}{K^2 \cdot R_u^{4/3}} \right) \quad (37)$$

wenn man die Geschwindigkeitsformel von Gaukler-Strickler zugrunde legt.

Literatur:

1. P. Böss: Berechnung der Wasserspiegellage. Forschungsarbeiten Ing. Wesen Heft 284, Berlin 1927.
2. H. Favre: Contribution à l'étude des courants liquides. Zürich 1933.
3. G. de Marchi: Canali con portata progressivamente crescente. L'Energia elettrica 18 (1941) S. 351.
4. E. Meyer-Peter u. H. Favre: Analysis of Boulder Dam Spillways. Eng. News Record (1934) S. 520.
5. H. Favre u. F. Braendle: Expériences sur le mouvement permanent de l'eau dans les canaux découverts, avec apport ou prélèvement le long du courant. Bulletin technique de la Suisse romande 63 (1937) S. 93.
6. Smrček und Smetana: Bericht Nr. 63 vor dem XV. Internationalen Schiffahrtskongreß 1931.

Kraftgrößenverfahren oder Formänderungsgrößenverfahren?

Prof. Dr.-Ing. E. h. M. Grünig zum Gedächtnis.

Von Prof. Dr.-Ing. Ernst Kohl, Braunschweig.

Das Formänderungsgrößenverfahren zur Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke hat in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung gewonnen. Das ist wohl in erster Linie darauf zurückzuführen, daß die Elastizitätsgleichungen — insbesondere bei Annahme unverschieblicher Knotenpunkte — sich sehr schnell schematisch und ohne viel Überlegung anschreiben lassen. Es erhebt sich damit die schwierige Frage, inwieweit dieser Entwicklung in den Vorlesungen über Statik, für die ja nur eine beschränkte Stundenzahl zur Verfügung steht, Rechnung getragen werden kann und muß. Da es im wesentlichen darauf ankommt, die Grundlagen zu vermitteln, so scheint es hier besonders wichtig, den richtigen Weg zu finden, um einen tieferen Einblick in die verschiedenen Berechnungsverfahren und ihre Zusammenhänge zu ermöglichen.

Die Frage, ob das Kraftgrößenverfahren oder das Formänderungsgrößenverfahren bzw. wann das eine oder das andere zur Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke den Vorzug verdient, ist in der Literatur wiederholt angeschnitten und beantwortet worden (vgl. [1] bis [3]), so daß es überflüssig erscheint, dazu noch einmal Stellung zu nehmen.

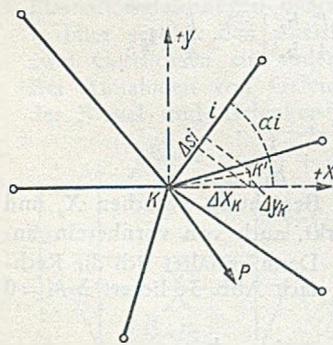


Abb. 1.

Es ist auch nicht beabsichtigt, die bekannten Gedankengänge zu wiederholen, die zu den beiden Verfahren führen. Da aber vielfach die Ansicht vertreten wird, daß die Einführung von Formänderungen als statisch unbestimmte Größen eine geringere Anzahl von Elastizitätsgleichungen erfordert als das Kraftgrößenverfahren, wofür als typische Beispiele Tragwerke der später behandelten Art angeführt werden, scheint es angebracht, einmal an Hand einiger Beispiele darauf hinzuweisen, daß das Kraftgrößenverfahren i. a. keine größere Anzahl von Elastizitätsgleichungen erfordert, sofern man nur die gleichen Voraussetzungen, wie Unverschieblichkeit der Knotenpunkte, Vernachlässigung der Normalkräfte usw., zuläßt.

1. Beispiel. Der durch eine beliebige Kraft P belastete Knotenpunkt k ist durch eine größere Anzahl

von einfachen Stäben an feste Punkte angeschlossen (Abb. 1). Bei r Stäben ist das Gebilde (r-2)-fach statisch unbestimmt, so daß nach dem Kraftgrößenverfahren r-2 Gleichgewichtszustände $X_i = -1$ zu berechnen und r-2 Elastizitätsgleichungen aufzulösen wären [2].

Die Kenntnis der Verschiebungskomponenten Δx_k und Δy_k unter der gegebenen Belastung ermöglicht die Berechnung aller Stabkräfte aus den mit diesen Verschiebungen sich ergebenden Längenänderungen der Stäbe:

$$\Delta s_i = \frac{S_i s_i}{E F_i} = -\Delta x_k \cos \alpha_i - \Delta y_k \sin \alpha_i \quad (1)$$

$$\text{Wird } S_i = -\frac{E F_i}{s_i} (\Delta x_k \cos \alpha_i + \Delta y_k \sin \alpha_i) \quad (2)$$

in die Gleichgewichtsbedingungen für den Knotenpunkt, $\sum X = 0$ und $\sum Y = 0$ eingeführt, so ergeben sich die beiden Gleichungen für die Verschiebungskomponenten Δx_k und Δy_k in

$$P_x - E \Delta x_k \sum_1^r \frac{F_i}{s_i} \cos^2 \alpha_i - E \Delta y_k \sum_1^r \frac{F_i}{s_i} \sin \alpha_i \cos \alpha_i = 0,$$

$$P_y - E \Delta x_k \sum_1^r \frac{F_i}{s_i} \sin \alpha_i \cos \alpha_i - E \Delta y_k \sum_1^r \frac{F_i}{s_i} \sin^2 \alpha_i = 0$$

und nach deren Lösung sämtliche Stabkräfte nach Gl. (2).

Beim Kraftgrößenverfahren sind bekanntlich im Gegensatz zum Formänderungsgrößenverfahren die Formänderungen zu eliminieren. Dazu werden aus dem Gleichungssystem (1) zwei beliebige Gleichungen, etwa für die Stäbe 1 und 2, herausgegriffen. Ihre Lösung gibt die Verschiebungskomponenten

$$\Delta x_k = -\frac{\sin \alpha_2}{D} \Delta s_1 + \frac{\sin \alpha_1}{D} \Delta s_2,$$

$$\Delta y_k = \frac{\cos \alpha_2}{D} \Delta s_1 - \frac{\cos \alpha_1}{D} \Delta s_2$$

mit der Nennerdeterminante $D = \sin(\alpha_2 - \alpha_1)$ und damit die Längenänderung eines Stabes i nach Gl. (1) zu

$$\Delta s_i = \frac{\Delta s_1}{D} \sin(\alpha_2 - \alpha_i) - \frac{\Delta s_2}{D} \sin(\alpha_1 - \alpha_i)$$

bzw. die Stabkraft S_i als Funktion der Stabkräfte S_1 und S_2

$$S_i = S_1 \frac{s_1 F_i \sin(\alpha_2 - \alpha_i)}{s_i F_1 D} - S_2 \frac{s_2 F_i \sin(\alpha_1 - \alpha_i)}{s_i F_2 D} \quad (3)$$

Aus den Gleichgewichtsbedingungen am Knotenpunkt k erhält man nun in

$$D \cdot P \cos \alpha_p + S_1 \sum_1^r \frac{s_1 F_i}{s_i F_1} \cos \alpha_i \sin (\alpha_2 - \alpha_i) - S_2 \sum_1^r \frac{s_2 F_i}{s_i F_2} \cos \alpha_i \sin (\alpha_1 - \alpha_i) = 0,$$

$$D \cdot P \sin \alpha_p + S_1 \sum_1^r \frac{s_1 F_i}{s_i F_1} \sin \alpha_i \sin (\alpha_2 - \alpha_i) - S_2 \sum_1^r \frac{s_2 F_i}{s_i F_2} \sin \alpha_i \sin (\alpha_1 - \alpha_i) = 0,$$

ebenfalls zwei Gleichungen, dieses Mal aber mit den Stabkräften S_1 und S_2 als Unbekannten. Nach ihrer Ermittlung werden die übrigen Stabkräfte nach Gl. (3) berechnet.

Die Zahlenrechnung für die Summenbildung wie für die Stabkräfte wird zweckmäßig in Tabellen durchgeführt, und der Zeitaufwand für die vollständige Berechnung ist in beiden Fällen etwa der gleiche.

2. Beispiel. Nach dem Formänderungsgrößenverfahren ist für das Tragwerk nach Abb. 2a als einzige Unbekannte der Knotendrehwinkel φ_k einzuführen. Der EJ_c -fache Wert wird mit

$$\varphi' = EJ_c \varphi,$$

$$l' = l \frac{J_c}{J_1}, \quad h' = h \frac{J_c}{J_2}$$

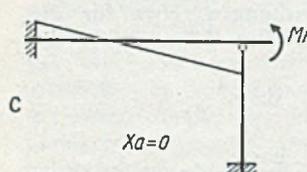
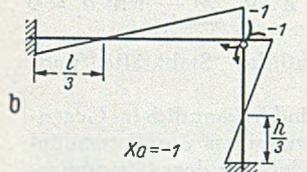
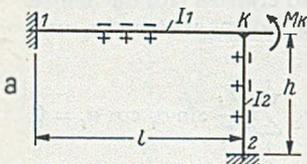


Abb. 2.

nach dem bekannten Drehwinkelverfahren berechnet aus

$$4 \varphi'_k \left(\frac{1}{l'} + \frac{1}{h'} \right) = -M_k$$

zu

$$\varphi'_k = -\frac{M_k}{4} \frac{1}{\frac{1}{l'} + \frac{1}{h'}}$$

Damit ergeben sich die Momente

$$M_{k1} = -M_k \frac{h'}{l' + h'} \quad \text{und} \quad M_{k2} = -M_k \frac{l'}{l' + h'}$$

Das Kraftgrößenverfahren führt ebenso mit einer Elastizitätsgleichung zum Ziel, da Unverschieblichkeit des Knotenpunktes die Annahme von Gelenken in den Drittpunkten gestattet (Abb. 2 b u. c). Mit

$$\delta'_{a0} = -\frac{l'}{4} M_k \quad \text{und} \quad \delta'_{aa} = \frac{l'}{4} + \frac{h'}{4}$$

ergibt sich sofort

$$X_a = M_{k2} = -M_k \frac{l'}{l' + h'}$$

und aus dem Gleichgewicht der Momente am Knoten k das Moment M_{k1} ebenfalls wie oben.

Die Rechnung gestaltet sich im übrigen auch dann nicht wesentlich umfangreicher, wenn man nicht von vornherein Momentennullpunkte in den Drittpunkten annimmt, da die drei dann aufzustellenden Elastizitätsgleichungen sofort erkennen lassen, daß die Spannungsmomente bei 1 und 2 durch X_a auszudrücken sind.

3. Beispiel. Das Rahmensystem nach Abb. 3 ist zwar sechsfach statisch unbestimmt, aber auch hier kann man nach dem Kraftgrößenverfahren ebenso wie beim Formänderungsgrößenverfahren mit einer einzigen Elastizitätsgleichung auskommen, wenn man bedenkt, daß die Stiele im Verhältnis ihrer Steifigkeiten an der Aufnahme des angreifenden Momentes beteiligt sind.

Davon sei zunächst einmal kein Gebrauch gemacht und als weitere Unbekannte das Moment X_b eingeführt. Dann ergibt sich mit Bezug auf die Gleichgewichtszustände $X = 0, X_a = -1$ und $X_b = -1$ (Abb. 3 b, c, d) der folgende Rechnungsgang:

$$\delta'_{a0} = -\frac{l'}{4} M_k, \quad \delta'_{b0} = +\frac{l'}{4} M_k; \quad \text{somit} \quad \delta'_{a0} = -\delta'_{b0};$$

$$\delta'_{aa} = \frac{l'}{4} + \frac{h_2'}{4}; \quad \delta'_{bb} = \frac{l'}{4} + \frac{h_3'}{4}; \quad \delta'_{ab} = -\frac{l'}{4}.$$

Die Elastizitätsgleichungen

$$X_a \delta'_{aa} + X_b \delta'_{ab} = \delta'_{a0};$$

$$X_a \delta'_{ba} + X_b \delta'_{bb} = \delta'_{b0} = -\delta'_{a0}$$

werden addiert und ergeben

$$X_b = -X_a \frac{\delta'_{aa} + \delta'_{ab}}{\delta'_{bb} + \delta'_{ab}} = -X_a \frac{h_2'}{h_3'}$$

und damit $X_a \left[\delta'_{aa} - \delta'_{ab} \frac{h_2'}{h_3'} \right] = \delta'_{a0}$ oder

$$X_a \left[\frac{l'}{4} + \frac{h_2'}{4} + \frac{l'}{4} \frac{h_2'}{h_3'} \right] = -\frac{l'}{4} M_k.$$

$$\text{Es ist} \quad X_a = -M_k \frac{1}{\frac{1}{l'} + \frac{1}{h_2'} + \frac{1}{h_3'}}.$$

Die vorstehend abgeleitete Beziehung zwischen X_a und X_b hätte, wie bereits bemerkt, auch von vornherein angenommen werden können. Dann gestaltet sich die Rechnung noch einfacher, denn nach Abb. 3e liefert $\sum M = 0$ am Knotenpunkt k

$$M_{k1} = M_k + X_a \left(1 + \frac{h_2'}{h_3'} \right)$$

und aus der Bedingung, daß in a im vorliegenden statisch unbestimmten Tragwerk keine gegenseitige Drehung der Querschnitte stattfinden kann, folgt (aus Abb. 3 c u. e)

$$\frac{l'}{4} M_{k1} + \frac{h_2'}{4} X_a = \frac{l'}{4} M_k + X_a \left[\frac{l'}{4} + \frac{h_2'}{4} + \frac{l'}{4} \frac{h_2'}{h_3'} \right] = 0,$$

woraus sich X_a in Übereinstimmung mit dem oben ermittelten Wert ergibt.

Eine dritte ebenso einfache wie elegante Lösung ergibt sich, wenn man den Selbstspannungszustand

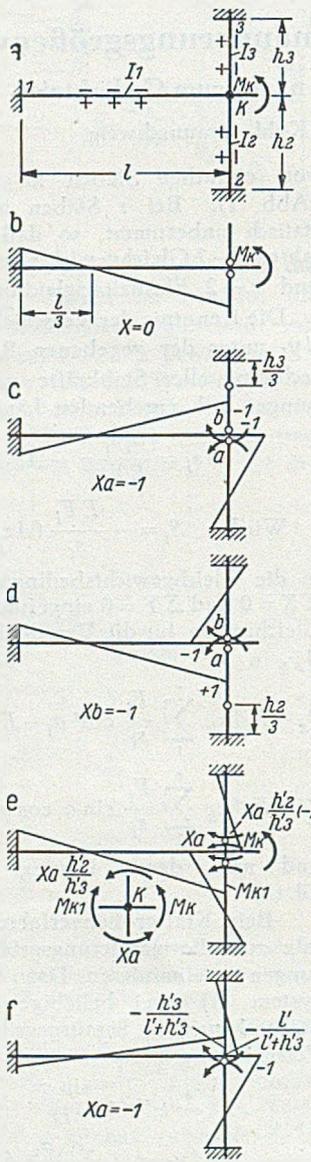


Abb. 3.

$X_a = -1$ am 5fach statisch unbestimmten System als Hauptsystem benutzt, für den der Momentenverlauf (entsprechend Beispiel 2) ohne weiteres anzugeben und in Abb. 3f dargestellt ist. Es wird dann

$$\delta'_{a0} = -\frac{l'}{4} M_k \frac{h_3'}{l' + h_3'} \quad (\text{aus Abb. 3f u. b})$$

$$\text{und } \delta'_{aa} = \frac{l'}{4} \frac{h_3'}{l' + h_3'} + \frac{h_3'}{4} \quad (\text{aus Abb. 3f u. c})$$

und damit wiederum

$$X_a = -M_k \frac{\frac{l'}{4}}{\frac{l'}{4} + \frac{h_2'}{4} + \frac{l' h_2'}{4 h_3'}}$$

4. Beispiel. Zweistieliger Rahmen mit symmetrischer Belastung. Der Knotendrehwinkel $\varphi_a = -\varphi_b$ ist als einzige Unbekannte einzuführen, wenn nach dem Formänderungsgrößenverfahren gerechnet wird. Beim Kraftgrößenverfahren kann als statisch unbestimmte Größe das Moment in Riegelmitte oder das Eckmoment eingeführt werden. Die Momente des Selbstspannungszustandes $X_a = X_b = -1$ sind in Abb. 4 dargestellt, die Momente M_0 aus der gegebenen Belastung am Hauptsystem erstrecken sich nur über den Riegel. Die Lösung

$$X = -\frac{F_0'}{l' + h'/2}$$

(mit F_0' als Inhalt der verzerrten M_0 -Fläche)

für die Eckmomente läßt an Einfachheit nichts zu wünschen übrig.

5. Beispiel. Beim Stockwerkrahmen ergeben sich für symmetrische Belastung der Riegel so viel Elastizitätsgleichungen wie Stockwerke vorhanden sind, ganz gleich ob nach dem Formänderungs- oder Kraftgrößenverfahren gerechnet wird. Im ersten Fall enthalten sie die Drehwinkel der Eckpunkte, im zweiten Fall nur die Momente in Riegelmitte als Unbekannte. Bei der

Lösung mit Hilfe von Lastgruppen zur Aufstellung von Elastizitätsgleichungen gegenseitiger Unabhängigkeit [4] ist es durchaus nicht notwendig, die vollständige Matrix der Konstanten aller Lastgruppen zu berechnen, und die Rechnung hat den Vorteil, daß die Auflösung von Elastizitätsgleichungen umgangen werden kann.

Hier sei für den zweistieligen Stockwerkrahmen mit zwei Geschossen ein anderer einfacher Weg aufgezeigt. Bei Annahmen von Gelenken a und b in den Mitten der Riegel und Gelenken c in den Fußpunkten des

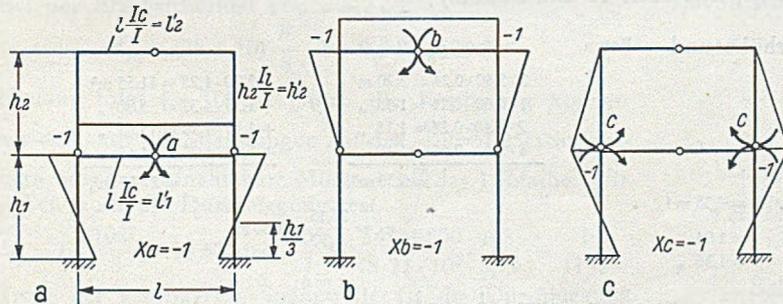


Abb. 5.

zweiten Stockwerkes wird mit Bezug auf die Abb. 5 a, b u. c

$$\delta_{aa} = l_1' + \frac{h_1'}{2}, \quad \delta_{bb} = l_2' + \frac{2}{3} h_2', \quad \delta_{cc} = \frac{h_1'}{2} + \frac{2}{3} h_2',$$

$$\delta_{ab} = 0, \quad \delta_{ac} = \frac{h_1'}{2}, \quad \delta_{bc} = \frac{h_2'}{3},$$

und die Elastizitätsgleichungen lauten

$$X_a \delta_{aa} + X_c \delta_{ac} = \delta_{a0},$$

$$X_b \delta_{bb} + X_c \delta_{bc} = \delta_{b0},$$

$$X_a \delta_{ca} + X_b \delta_{cb} + X_c \delta_{cc} = \delta_{c0}.$$

Die Momente in den Fußpunkten c des zweiten Geschosses erscheinen hier zunächst als Unbekannte. Es ist aber unschwer zu erkennen, daß sich X_c durch X_a bzw. durch X_b ausdrücken läßt, je nachdem ob der obere oder untere Riegel belastet ist (Fixpunkte!).

Im ersten Fall — Belastung des oberen Riegels — wird $\delta_{a0} = 0$ und damit

$$X_c = -X_a \frac{\delta_{aa}}{\delta_{ac}} = -X_a \left(1 + \frac{2l_1'}{h_1'}\right),$$

im zweiten Fall — Belastung des unteren Riegels — wird $\delta_{b0} = 0$ und damit

$$X_c = -X_b \frac{\delta_{bb}}{\delta_{bc}} = -X_b \left(2 + \frac{3l_2'}{h_2'}\right),$$

womit die Rechnung auf die Lösung von zwei Elastizitätsgleichungen zurückgeführt ist.

Die sinngemäße Erweiterung auf mehrgeschossige Stockwerkrahmen bereitet keinerlei Schwierigkeiten. Es lassen sich stets bei Einzelbelastung der Riegel die Momente in den Fußpunkten der Stiele der oberen Stockwerke durch die Momente in Riegelmitte ausdrücken, so daß die Zahl der Elastizitätsgleichungen auf die Zahl der Stockwerke reduziert wird.

6. Beispiel. Auch bei antisymmetrischer Belastung läßt sich der Gleichgewichtszustand des 6fach statisch unbestimmten Tragwerkes in einfachster Weise

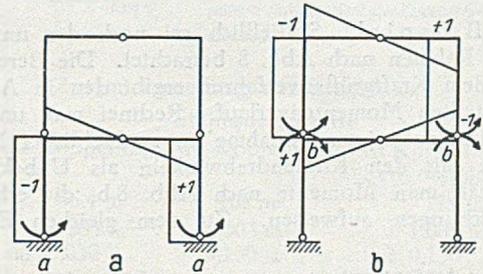


Abb. 6.

nach Aufstellung von nur zwei Elastizitätsgleichungen berechnen. Von vornherein können in Riegelmitte Gelenke angenommen werden. Weitere Gelenke können wie im 5. Beispiel, oder wie hier gewählt, in den Fußpunkten der Stiele aller Stockwerke angenommen werden. In diesen sind die Momente mit entgegengesetzten Vorzeichen einander gleich, und es werden deshalb die Selbstspannungszustände nach Abb. 6 a und 6 b eingeführt, was zu zwei Elastizitätsgleichungen für irgendeine gegebene antisymmetrische Belastung führt.

7. Beispiel. Für den 6fach statisch unbestimmten Zweifeldrahmen ergibt sich für symmetrische Belastung der Riegel als einzige Unbekannte der Drehwinkel φ_a nach dem Formänderungsgrößenverfahren bzw. das Eckmoment X_a nach dem Kraftgrößenverfahren, da in den Drittelpunkten der Außenstiele je ein Gelenk und im

Mittelstiel zwei Gelenke in beliebiger Lage angenommen werden können, Abb. 7 a. Für den Zustand $X_a = -1$ ist der Riegel über der Mittelstütze als eingespannt anzusehen, während für den Zustand $X_a = 0$, d. h. für die gegebene Belastung, einfache Balken von der Stützweite l einzuführen sind. Somit ergibt sich mit F_0' als

Inhalt der verzerrten M_0 -Fläche eines jeden Feldes bei konstantem J für Riegel und Stiele das Eckmoment

$$X_a = -\frac{0,25 F_0'}{\frac{l'}{4} + \frac{h'}{4}} = -\frac{F_0'}{l' + h'}$$

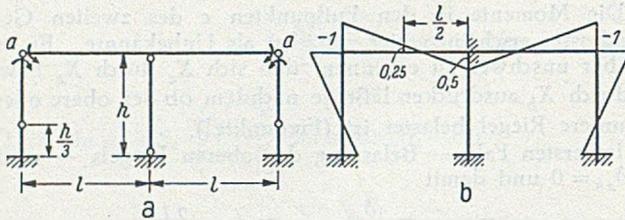


Abb. 7.

Für gleichmäßig verteilte Belastung g wird

$$X_a = -\frac{gl^2}{12} \frac{l'}{l' + h'}$$

und das Moment über der Mittelstütze

$$M_S = -\frac{gl^2}{8} + \frac{gl^2}{24} \frac{l'}{l' + h'}$$

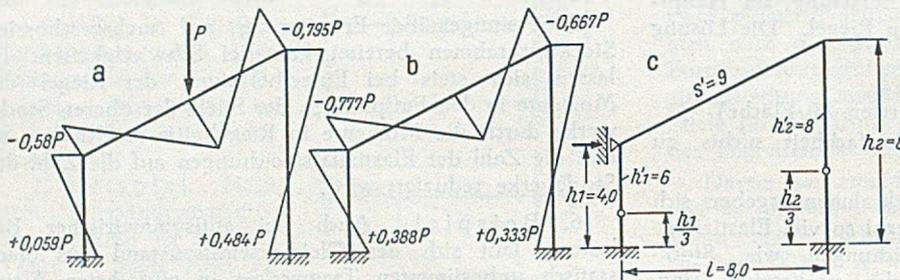


Abb. 8.

8. Beispiel. Schließlich sei noch der unsymmetrische Rahmen nach Abb. 8 betrachtet. Die Berechnung nach dem Kraftgrößenverfahren ergibt den in Abb. 8 a dargestellten Momentenverlauf. Rechnet man unter der hier nicht zulässigen Annahme unverschieblicher Knotenpunkte mit den Knotendrehwinkeln als Unbekannten, so erhält man Momente nach Abb. 8 b, die erhebliche Abweichungen aufweisen. Zu dem gleichen Ergebnis

gelangt man, wenn man das System nach Abb. 8 c mit Gelenken in den Drittelpunkten der Stiele und einer waagrechten Stützung eines Eckpunktes als 2fach statisch unbestimmtes System betrachtet.

Es ist an diesen Beispielen gezeigt worden, daß in allen Fällen das Kraftgrößenverfahren keine größere Anzahl von Elastizitätsgleichungen erfordert als das Formänderungsgrößenverfahren. Es soll allerdings nicht verkannt werden, daß sich in einigen Fällen diese Gleichungen nicht schematisch anschreiben lassen und etwas Gedankenarbeit erfordern, die vielleicht den praktisch tätigen Ingenieur veranlassen kann, dem Formänderungsgrößenverfahren den Vorzug zu geben, die aber zur Schulung und zum Verständnis der Zusammenhänge ihre Berechtigung hat. Es kommt m. E. bei der Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke nicht darauf an, jeweils nach dem wohl zweckmäßigsten Verfahren zu suchen, als vielmehr sich die Erkenntnisse der verschiedenen Verfahren zunutze zu machen. Ähnlich wie sich der Statiker bei der Berechnung statisch bestimmter Tragwerke wohl in den seltensten Fällen Rechenschaft darüber ablegt, nach welchem Verfahren (Ritter, Culmann, Zimmermann usw.) er die gesuchten Größen bestimmt, wird dann die Bedeutung der einzelnen Verfahren zurücktreten gegenüber den durch sie gewonnenen Erkenntnissen und Zusammenhängen.

Wenn die vorstehenden Ausführungen zu diesem Ziel beitragen, so dienen sie gleichzeitig dem Andenken meines Lehrers, des 1932 leider allzu früh

verstorbenen Prof. Dr.-Ing. E. h. M. Grüning, der am 10. Dezember 1949 sein 80. Lebensjahr vollendet hätte.

Literatur:

1. A. Hertwig: Der Stahlbau 6 (1933) S. 145.
2. W. Unold: Der Stahlbau 11 (1938) S. 155.
3. K. Klöppel und K. H. Lie: Technik 2 (1947) S. 445.
4. M. Grüning: Die Statik des ebenen Tragwerkes. Berlin 1925.

Stahlbrücken im Verbund mit Stahlbetondruckplatten bei gleichzeitiger Vorspannung durch hochwertige Seile.

Von Dr.-Ing. e. h. Dr.-Ing. e. h. Dr.-Ing. Fr. Dischinger, o. Prof. a. d. Techn. Universität Berlin.

(Fortsetzung aus Heft 11 und Schluß.)

Projekt III. Straßenbrücke mit 4,0 m Trägerhöhe und 23 m Breite, St 52, B 450 (Abb. 22).

a) Ermittlung der Querschnittsgrößen.

Stahl	F_e	St	I_e
	$4 \cdot 4 \cdot 0,015 = 0,240 \text{ m}^2$	$0,24 \cdot 2,0 = 0,480 \text{ m}^2$	$0,24 \left(\frac{4,0^3}{12} + 0,49^2 \right) = 0,38 \text{ m}^4$
	$4 \cdot 0,6 \cdot 0,07 = 0,168 \text{ „}$	$0,168 \cdot 4,0 = 0,672 \text{ „}$	$+ 0,168 \cdot 2,49^2 = 1,04 \text{ „}$
	$18,6 \cdot 0,032 = 0,595 \text{ „}$	$0,595 \cdot 0,0 = 0,000 \text{ „}$	$+ 0,595 \cdot 1,51^2 = 1,36 \text{ „}$
	$= 1,003 \text{ m}^2$		
Rundstahl	$0,130 \text{ m}^2$	$+ 0,130 \cdot 4,3 = 0,560 \text{ „}$	$+ 0,130 \cdot 2,79^2 = 1,01 \text{ „}$
	$1,133 \text{ m}^2$	$= 1,712 \text{ m}^2$	$= 3,79 \text{ m}^4$
	$\eta_e = \frac{1,712}{1,133} = 1,51 \text{ m}$	$W_{eu} = \frac{3,79}{1,51} = 2,51 \text{ m}^3$	$W_{eo} = \frac{3,79}{2,49} = 1,52 \text{ m}^3$

Beton	F_b	St
	$2 \cdot 5,60 \cdot 0,24 = 2,70 \text{ m}^2$	$2,70 \cdot 4,28 = 11,55 \text{ m}^3$
	$1 \cdot 5,60 \cdot 0,24 = 1,35 \text{ „}$	$+ 1,35 \cdot 4,37 = 5,90 \text{ „}$
	$2 \cdot 2,40 \cdot 0,24 = 1,15 \text{ „}$	$+ 1,15 \cdot 4,39 = 5,05 \text{ „}$
	$4 \cdot 0,60 \cdot 0,46 = 1,10 \text{ „}$	$+ 1,10 \cdot 4,23 = 4,65 \text{ „}$
	$= 6,30 \text{ m}^2$	$= 27,15 \text{ m}^3$
	$\eta_b = \frac{27,15}{6,30} = 4,30 \text{ m}$	
	$n = 6:$	
	$\Sigma F = 1,133 + \frac{1}{6} \cdot 6,30 = 1,133 + 1,05 = 2,183 \text{ m}^2$	$\eta_i = \frac{6,237}{2,183} = 2,85 \text{ m}$
	$\Sigma St = 1,712 + \frac{1}{6} \cdot 27,15 = 1,712 + 4,525 = 6,237 \text{ m}^3$	
	$J_i = 3,84 + 1,133 \cdot 1,56^2 + 1,05 \cdot 1,45^2 = 3,84 + 2,75 + 2,20 = 8,79 \text{ m}^4$	
	$W_{eu} = \frac{8,79}{2,85} = 3,08 \text{ m}^3$	$W_{eo} = \frac{8,79}{1,15} = 7,65 \text{ m}^3$
	$W_{bu} = \frac{8,79}{1,15} \cdot 6 = 46,0 \text{ m}^3$	$W_{bo} = \frac{8,79}{1,71} \cdot 6 = 30,8 \text{ m}^3$

Die Winkel sind der einfacheren Rechnung wegen in den Blechstärken enthalten. Der Nietabzug in den Zugzonen ist unberücksichtigt.

$n = 15:$

$$\Sigma F = 1,133 + \frac{1}{15} \cdot 6,30 = 1,133 + 0,420 = 1,553 \text{ m}^2$$

$$\Sigma St = 1,712 + \frac{1}{15} \cdot 27,15 = 1,712 + 1,810 = 3,522 \text{ m}^2$$

$$J_i = 3,84 + 1,133 \cdot 0,98^2 + 0,420 \cdot 2,03^2 = 3,84 + 1,09 + 1,73 = 6,66 \text{ m}^4$$

$$W'_{eu} = \frac{6,66}{2,27} = 2,93 \text{ m}^3, \quad W'_{eo} = \frac{6,66}{1,73} = 3,86 \text{ m}^3$$

$$W'_{bu} = \frac{6,66}{1,73} \cdot 15 = 57,8 \text{ m}^3, \quad W'_{bo} = \frac{6,66}{2,29} \cdot 15 = 43,6 \text{ m}^3$$

Eigengewicht der Brücke $g = 28 \text{ t/m}$, Verkehrslast $p = 10 \text{ t/m}$.

b) Größtmögliche Spannweite ohne Koppelung. Wir bilden aus der Stahlfläche $F_e = 1,003 \text{ m}^2$ einen symmetrischen Querschnitt.

Stege $F_{e0} = 0,24 \text{ m}^2$,
Flansche $F_{e1} = 0,763 \text{ m}^2$,
 $F_e = 1,003 \text{ m}^2$;

$$J = 0,24 \frac{4,0^2}{12} + 0,763 \cdot 2,0^2 = 0,32 + 3,05 = 3,37 \text{ m}^4; \quad W' = 1,685 \text{ m}^3$$

$$M_{g+p} = 38 \frac{l^2}{8} = \sigma_{zul} W' = 21000 \cdot 1,685, \text{ hieraus folgt } l = 86,3 \text{ m}$$

Druckkräfte:
Beton $D_1 = 6,3 \cdot 3000 = 18900 \text{ t}$, $M_{Br} = 18900 \cdot 2,35 = 44400 \text{ tm}$
Rundst. $D_2 = 0,13 \cdot 36000 = 4680 \text{ t}$, $4680 \cdot 2,35 = 11000 \text{ ..}$
Stahl $D_3 = 0,168 \cdot 36000 = 6050 \text{ t}$, $6050 \cdot 2,05 = 12400 \text{ ..}$
 $D_4 = 4 \cdot 0,015 \cdot 2,05 \cdot 36000 = 4420 \text{ t}$, $4420 \cdot 2,08/2 = 4530 \text{ ..}$

$D = 34150 \text{ t}$

Zugkräfte:
 $Z_1 = 0,595 \cdot 36000 = 21400 \text{ t}$, $21400 \cdot 1,95 = 41700 \text{ ..}$
 $Z_2 = 4 \cdot 0,015 \cdot 1,95 \cdot 36000 = 4210 \text{ t}$, $4210 \cdot 1,95/2 = 4100 \text{ ..}$
Seile $Z_3 = 800 \cdot 10,5 = 8400 \text{ t}$, $8400 (1,95 - 0,15) = 15100 \text{ ..}$

$Z = 34010 \text{ t}$, $M_{Br} = 133230 \text{ tm}$

Aus dem Bruchmoment errechnen wir nun die zulässige Spannweite bei $\nu = 2$.

$$M_{Br} = (28 + 10) \frac{l^2}{8} \cdot 2 = 9,5 l^2 = 133230, \text{ hieraus } l = 119 \text{ m}$$

Die Steigerung gegenüber der ungekoppelten Brücke (von 86,3 m auf 119 m) ist $\frac{119}{86,3} = 1,38$ fach und die der aufnehmbaren Momente $1,38^2 = 1,90$ fach.

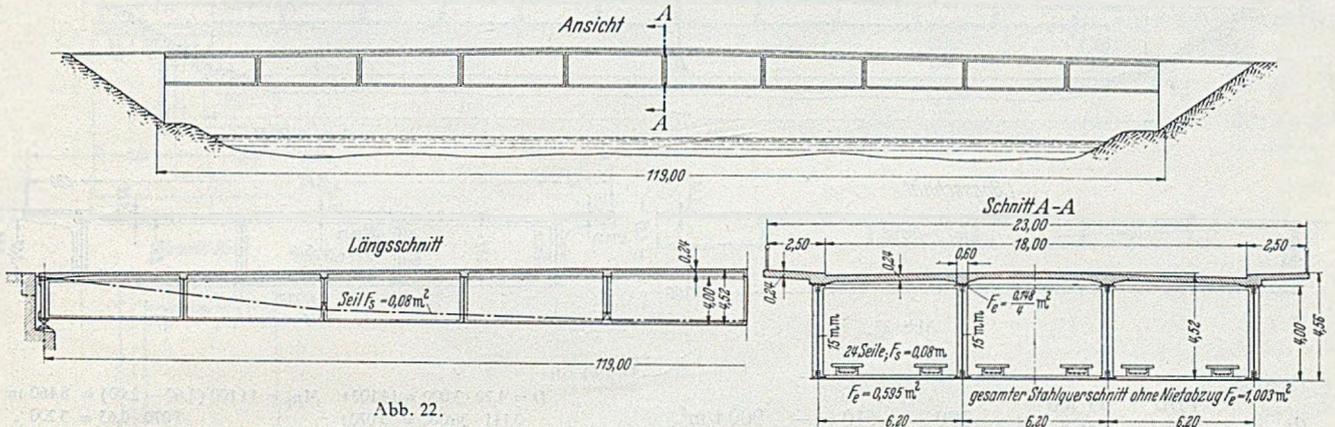


Abb. 22.

Durchbiegung unter Verkehr:

$$M_p = 10 \frac{86,3^2}{8} = 9300 \text{ tm}; \quad \delta = \frac{5}{48} \frac{9300 \cdot 86,3}{21 \cdot 10^6 \cdot 3,37} = \frac{1}{850}$$

c) Größtmögliche Spannweite bei Koppelung ohne Seilvorspannung. Aus dem Gleichgewicht der waagrechten Kräfte folgt $x = 3,90 \text{ m}$.

Druckkräfte

Beton	$D_1 = 6,30 \cdot 3000 = 18900 \text{ t}$	$M_{Br} = 18900 \cdot 0,40 = 7560 \text{ tm}$
Rundstahl	$D_2 = 0,13 \cdot 36000 = 4680 \text{ t}$	$4680 \cdot 0,40 = 1870 \text{ ..}$
Stahl	$D_3 = 0,168 \cdot 36000 = 6050 \text{ t}$	$6050 \cdot 0,10 = 605 \text{ ..}$
	$D_4 = 4 \cdot 0,10 \cdot 0,015 \cdot 36000 = 220 \text{ t}$	$220 \cdot 0,05 = 10 \text{ ..}$

$D = 29850 \text{ t}$, $10 \cdot 45 \text{ tm}$

Zugkräfte

$Z_1 = 0,595 \cdot 36000 = 21400 \text{ t}$	$21400 \cdot 3,90 = 83400 \text{ tm}$
$Z_2 = 4 \cdot 3,90 \cdot 0,015 \cdot 36000 = 8420 \text{ t}$	$8420 \cdot 1,95 = 16400 \text{ ..}$

$Z = 29820 \text{ t}$, $M_{Br} = 109845 \text{ tm}$

Bei der Bruchsicherheit von $\nu = 2$ ist

$$M_{Br} = (28 + 10) \frac{l^2}{8} \cdot 2 = 9,5 l^2 = 109845$$

Hieraus folgt $l = 108 \text{ m}$. Durch die Koppelung können wir demnach die Spannungen auf das $\frac{108}{86,3} = 1,25$ fache steigern und das aufnehmbare Moment auf das 1,56fache. Wir stellen noch die Durchbiegung fest.

$$M_p = 10 \frac{108^2}{8} = 14500 \text{ tm}; \quad \delta = \frac{5}{48} \frac{14500 \cdot 108}{21 \cdot 10^6 \cdot 8,79} = \frac{1}{1130}$$

Trotz der gesteigerten Spannweite ist die Durchbiegung bei dem gekoppelten Träger geringer als bei dem nicht gekoppelten Träger.

d) Wir untersuchen nun die gleiche Brücke bei Koppelung und Vorspannung. Der Querschnitt der Seile soll 800 cm^2 betragen, $\sigma_e^s = 10400 \text{ kg/cm}^2$ beim Bruch.

Berechnung des Bruchmomentes. Aus dem Gleichgewicht der waagrechten Kräfte ergibt sich $x = 1,95 \text{ m}$.

Zusammenstellung der Ergebnisse.

	Stahlquerschnitte		
	Ohne Koppelung	Mit Koppelung	Mit Koppelung und Seilvorspannung
$l =$	86,4 m	108 m	119 m
St 52	1,003 m ²	1,003 m ²	1,003 m ²
Rundstahl	0,030 "	0,130 "	0,130 "
Seile	—	—	0,080 "
Σ	1,033 m ²	1,133 m ²	1,213 m ²

Wir berechnen nun die vorgespannte gekoppelte Brücke noch für den Zustand der Gebrauchslasten.

e) Verkehr ($n = 6$).

$$M_{p0} = \frac{10 \cdot 119^2}{8} = 17700 \text{ tm}; \quad H_{p0} = \frac{M_{p0}}{f} = \frac{M_{p0}}{2,85 - 0,15} = 6550 \text{ t}$$

Davon wird ein geringer Teil durch das Seil getragen:

$$\Delta H_p = -H_{p0} \frac{1}{1 + \frac{1}{15} \frac{1}{f^2} + k}, \quad f^2 = 2,70^2 = 7,30 \text{ m}^2,$$

$$i^2 = \frac{8,79}{2,183} = 4,0 \text{ m}^2,$$

$$k = \frac{E_e F_i}{E_s F_s} = \frac{21 \cdot 10^6 \cdot 2,183}{16 \cdot 10^6 \cdot 0,08} = 36$$

$$\Delta H_p = -H_{p0} \frac{1}{1 + \frac{1}{8} \frac{7,30}{4,0} + \frac{1}{37}} = -0,97 H_{p0}$$

Balkenwirkung 97%, Bogenwirkung 3%.

Demnach ist

$$M_p = 17700 \cdot 0,97 = 17200 \text{ t}; \quad Z = -D = 6550 \cdot 0,03 = 197 \text{ t}$$

Stahl:

$$\sigma_{eu} = -\frac{197}{2,183} + \frac{17200}{3,08} = -90 + 5600 = +5510 \text{ t/m}^2,$$

$$\sigma_{eo} = -90 - \frac{17200}{7,65} = -90 - 2250 = -2340 \text{ t/m}^2,$$

Beton:

$$\sigma_{bu} = -\frac{90}{6} - \frac{17\,200}{46} = -15 - 374 = -389 \text{ t/m}^2,$$

$$\sigma_{bo} = -15 - \frac{17\,200}{30,8} = -15 - 560 = -575 \text{ t/m}^2.$$

f) Eigengewicht ($n = 15$). Die Vorspannung im Seilquerschnitt erfolgt mit $8,5 \text{ t/cm}^2$ und wird durch Nachspannen aufrechterhalten; Zugkraft im Seil

$$Z = -D = 8,5 \cdot 800 = 6800 \text{ t.}$$

$$M_g = 28 \frac{119^2}{8} - 6800 \cdot (2,27 - 0,15) = 49\,800 - 14\,500 = 35\,300 \text{ tm.}$$

Stahl:

$$\sigma_{eu} = -\frac{6800}{1,555} + \frac{35\,300}{2,93} = -4370 + 12050 = +7680 \text{ t/m}^2,$$

$$\sigma_{eo} = -4370 - \frac{35\,300}{3,86} = -4370 - 9130 = -13\,500 \text{ t/m}^2.$$

Bei derartig schlanken Brücken muß die Stahlbetonplatte durch eine zugeordnete Stahlplatte entlastet werden. Die Koppelung wird auch auf die Fußwegplatten ausgedehnt.

Stahlquerschnitt		Betonquerschnitt		St
F_e		F_b		
4,4 · 0,032	= 0,141 m ²	2 · 0,12 · 2,50	= 0,60 m ²	0,60 · 2,68 = 1,61 m ²
18,6 · 0,032	= 0,595 "	18,6 · 0,22	= 4,10 "	4,10 · 2,58 = 10,60 "
2 · 2,61 · 0,012	= 0,062 "		4,70 m ² ,	= 12,21 m ²
2 · 2,50 · 0,012	= 0,060 "			
19 · 0,048	= 0,910 "			
	= 1,768 m ² ,			$\eta_b = \frac{4,70}{1,768} = 2,60 \text{ m.}$
				Rundstahl 1000 cm ² .

Die Zugkraft der Seile wird mit $Z = 1000 \cdot 8,5 = 8500 \text{ t}$ eingesetzt.

Ermittlung der Bruchsicherheit:

Aus dem Gleichgewicht der waagrecht Kräfte ergibt sich für volle Plastizität bei $x = 2,0 \text{ m}$

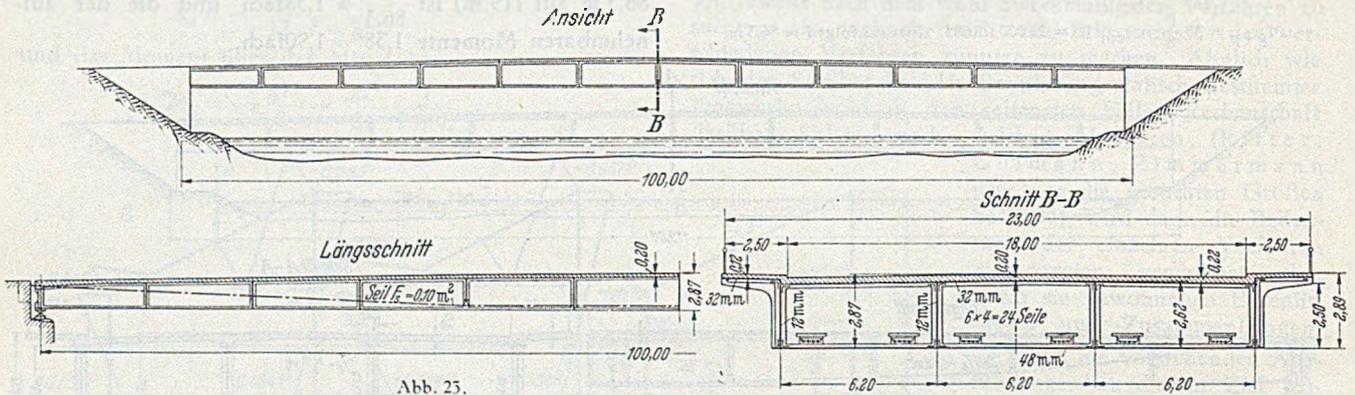


Abb. 25.

Beton:

$$\sigma_{bu} = -\frac{4370}{15} - \frac{35\,300}{57,8} = -290 - 610 = -900 \text{ t/m}^2,$$

$$\sigma_{bo} = -290 - \frac{35\,300}{43,6} = -290 - 810 = -1100 \text{ t/m}^2.$$

g) Schwinden $\sigma_z = 30 \text{ kg/cm}^2$.

Schwindkraft = Druckkraft des Stahles:

$$Z = -D = 300 \cdot 6,30 = 1890 \text{ t.}$$

Moment des Stahlträgers:

$$M = +1890 (4,30 - 1,29) = 5670 \text{ tm.}$$

Spannungen des Stahlträgers:

$$\sigma_{eu} = -\frac{1890}{1,003} + \frac{5670}{2,98} = -1880 + 1900 = +20 \text{ t/m}^2,$$

$$\sigma_{eo} = -1880 - \frac{5670}{1,42} = -1880 - 4000 = -5880 \text{ t/m}^2.$$

h) Zusammenstellung der Spannungen aus e), f), g).

$$\sigma_{eu} = +5510 + 7680 + 20 = +13\,210 \text{ t/m}^2,$$

$$\sigma_{eo} = -2340 - 13\,500 - 5880 = -21\,720 \text{ t/m}^2,$$

$$\sigma_{bu} = -389 - 900 + 300 = -989 \text{ t/m}^2,$$

$$\sigma_{bo} = -575 - 1100 + 300 = -1375 \text{ t/m}^2.$$

Die Spannungen des Stahles an der Unterseite sind also nicht ausgenützt. Das ist eine Folge der zu hoch gewählten Bruchsicherheit, für welche bei dem großen Querschnitt der Flansche im Verhältnis zu den Stegen bei voller Plastizität $\nu = 1,8$ genügt hätte. Durch eine geringe Verminderung der Vorspannkraft können wir die etwas zu hohe Spannung σ_{eo} und ebenso die Betonspannung auf das zulässige Maß reduzieren, womit zugleich σ_{eu} etwas ansteigt.

Wie das folgende Zahlenbeispiel zeigt, lassen sich bei Einhaltung der zulässigen Spannungen mit den vorgewählten gekoppelten Verbundträgern noch höhere Schlankheitsverhältnisse als $l/h = 30$ erreichen.

Projekt IV. Frei aufliegende Straßenbrücke, $l = 100 \text{ m}$, St 52, Trägerhöhe $2,50 \text{ m}$, Schlankheitsverhältnis $l/h = 40$ (Abb. 23).

Druckkraft:

$$D = 4,70 \cdot 3000 = 14\,100 \text{ t} \quad M_{Br} = 14\,100 (2,60 - 2,00) = 8\,460 \text{ tm}$$

$$0,141 \cdot 36\,000 = 5070 \text{ t} \quad 5070 \cdot 0,63 = 3\,200 \text{ tm}$$

$$0,595 \cdot 36\,000 = 21\,400 \text{ t} \quad 21\,400 \cdot 0,47 = 10\,100 \text{ tm}$$

$$2 (0,5 + 0,61) 0,012 \cdot 36\,000 = 960 \text{ t} \quad 960 \cdot 0,27 = 260 \text{ tm}$$

$$\text{Rundstahl } 0,100 \cdot 36\,000 = 3\,600 \text{ t}$$

$$D = 45\,130 \text{ t.}$$

Zugkraft:

$$Z = 0,910 \cdot 36\,000 = 33\,000 \text{ t} \quad 33\,000 \cdot 2,00 = 66\,000 \text{ tm}$$

$$4 \cdot 2,0 \cdot 0,012 \cdot 36\,000 = 3\,470 \text{ t} \quad 3\,470 \cdot 1,00 = 3\,470 \text{ tm}$$

$$\text{Seile} \quad 8\,500 \text{ t} \quad 8\,500 (2,0 - 0,15) = 15\,750 \text{ tm}$$

$$Z = 44\,970 \text{ t.} \quad M_{Br} = 107\,240 \text{ tm}$$

Eigengewicht der Brücke $g = 32 \text{ t/m}$, Verkehrslast $p = 10 \text{ t/m}$;

$$M_{g+p} = 42 \frac{100^2}{8} = 52\,500 \text{ tm.}$$

Bruchsicherheit $\nu = 2,04$.

Bei der hohen Bruchsicherheit erübrigt sich ein Nachweis der Gebrauchsspannungen. Die Trägerspannweite könnte bei Ausnutzung der zulässigen Spannungen sogar auf 105 m erhöht werden. Ob dies möglich ist, hängt von den Durchbiegungen bei Verkehr ab. Hierzu benötigen wir das Trägheitsmoment für $n = 6$.

F	St	J_e
0,141 m ²	0,141 · 2,64 = 0,372 m ³	0,062 $(\frac{2,61^2}{12} + 0,10^2) = 0,036 \text{ m}^4$
0,595 "	0,595 · 2,47 = 1,450 "	0,060 $(\frac{2,50^2}{12} + 0,05^2) = 0,031 \text{ m}^4$
0,062 "	0,062 · 1,30 = 0,080 "	0,141 · 1,44 ² = 0,293 "
0,060 "	0,060 · 1,25 = 0,075 "	0,585 · 1,27 ² = 0,940 "
0,910 "	0,910 · 0,00 = 0,000 "	0,910 · 1,20 ² = 1,305 "
0,100 "	0,100 · 2,60 = 0,260 "	0,100 · 1,40 ² = 0,196 "
$\Sigma F_e = 1,868 \text{ m}^2,$	$\Sigma St = 2,237 \text{ m}^3,$	$J_e = 2,801 \text{ m}^4.$
	$\eta_e = \frac{2,237}{1,868} = 1,20 \text{ m.}$	

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F = 1,868 + \frac{1}{6} \cdot 4,70 = 1,868 + 0,785 = 2,653 \text{ m}^2 \\ \Sigma St = 2,237 + \frac{1}{6} \cdot 12,21 = 2,237 + 2,035 = 4,272 \text{ m}^3 \end{aligned} \right\} \eta_f = \frac{4,272}{2,653} = 1,62 \text{ m.}$$

$$J_i = 2,801 + 1,868 \cdot 0,42^2 + 0,785 \cdot 0,98^2 = 2,801 + 0,330 + 0,755 = 3,884 \text{ m}^4.$$

$$M_p = 10 \cdot \frac{100^2}{8} = 12\,500 \text{ tm}; \quad \frac{\delta}{l} = \frac{5}{48 \cdot 21 \cdot 10^6} \cdot \frac{12\,500 \cdot 100}{3,884} = \frac{1}{630} > \frac{1}{700}$$

Wir sehen, daß das Trägheitsmoment um etwa 10 % erhöht werden muß, wenn die Durchbiegung auf $\delta/l = 1/700$ reduziert werden soll. Das ist aber ohne zusätzlichen Stahlaufwand allein durch eine Verstärkung der Betonplatte um etwa 2 cm möglich.

Mit Hilfe der Koppelung und bei gleichzeitiger Vorspannung der Stahlbrücken lassen sich somit sehr schlanke

2. Hängebrücken mit gekoppelten und vorgespannten Fahrbahnplatten.

Bei echten Hängebrücken kann durch eine Koppelung der Stahlbetonfahrbahnen mit den Stahl-Versteifungsbalken sowohl das Gewicht der Fahrbahn selbst wie das der Stahlträger wesentlich vermindert werden, weil die idellen Trägheitsmomente der Verbundquerschnitte erheblich ansteigen. Man kann deshalb die Konstruktionshöhe dieser Versteifungsbalken bedeutend einschränken.

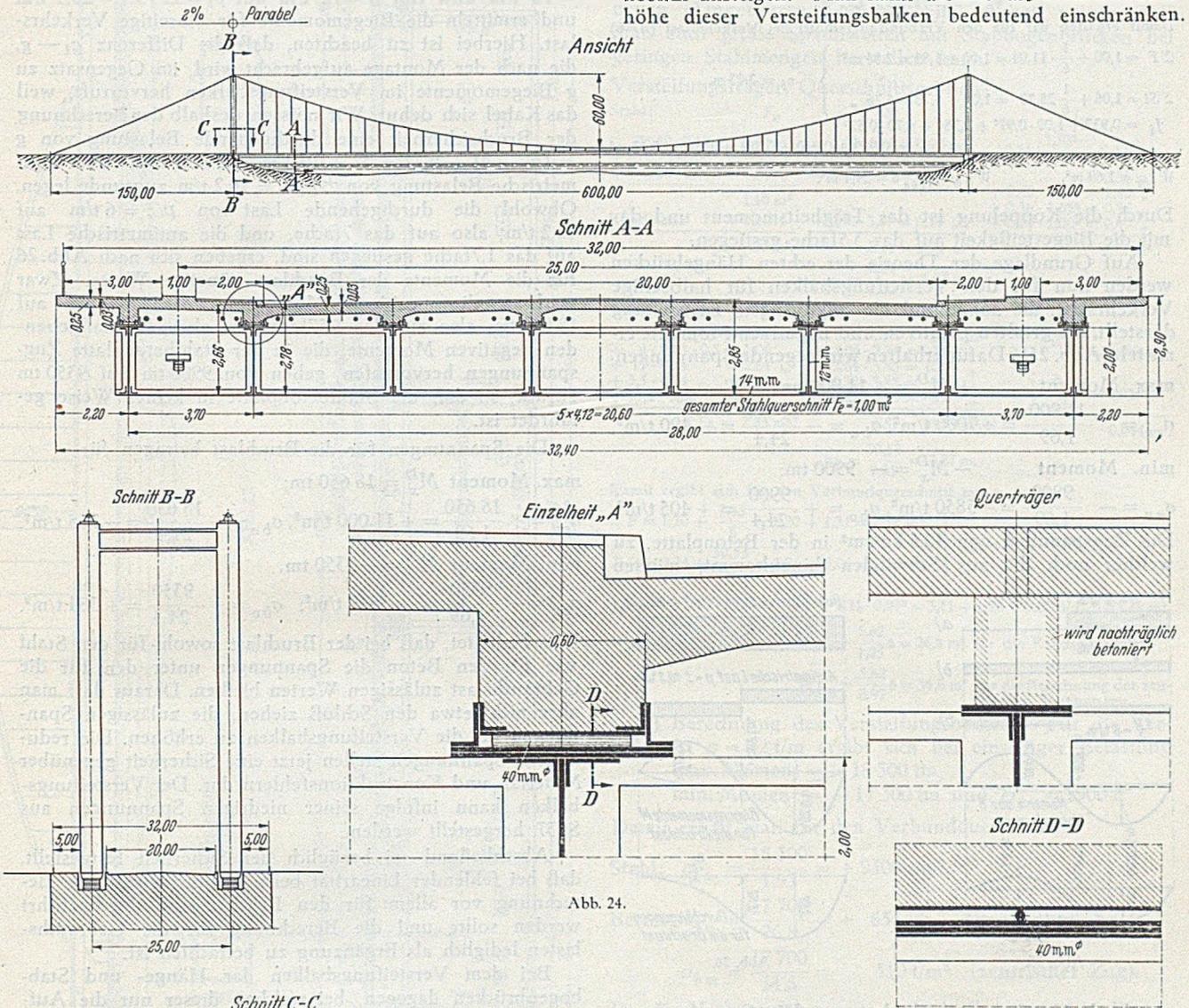


Abb. 24.

Allerdings müssen die Fahrbahnplatten unter erhebliche Vorspannung gesetzt werden, weil wir voraussetzen müssen, daß sie auch bei einer Steigerung der Lasten noch intakt bleiben.

Projekt V. Hängebrücke mit frei aufliegendem Versteifungsbalken, $l = 600$ m, $f = l/10 = 60$ m (Abb. 24).

Das Eigengewicht der Brücke einschließlich Kabel wurde zu $g = 46$ t/m errechnet, die Verkehrslast zu 12 t/m angenommen. Es wurde für die Verankerung der Kabel guter Felsboden vorausgesetzt und deshalb eine schwere Betonfahrbahn in Rechnung gestellt.

Stahlquerschnitt

F_e	St	I_e
$28,5 \cdot 0,014 = 0,40 \text{ m}^2$	$0,40 \cdot 0,00 = 0,00 \text{ m}^2$	$0,19 \left(\frac{2,0^2}{12} + 0,06^2 \right) = 0,064 \text{ m}^4$
$8 \cdot 0,8 \cdot 0,05 = 0,32 \text{ „}$	$0,32 \cdot 2,00 = 0,64 \text{ „}$	
$8 \cdot 2,0 \cdot 0,012 = 0,19 \text{ „}$	$0,19 \cdot 1,00 = 0,19 \text{ „}$	
$0,91 \text{ m}^2$		$0,40 \cdot 1,06^2 = 0,450 \text{ „}$
Rundstahl $0,09 \text{ „}$	$0,09 \cdot 2,55 = 0,23 \text{ „}$	$0,32 \cdot 0,94^2 = 0,225 \text{ „}$
		$0,09 \cdot 1,49^2 = 0,200 \text{ „}$
$F_e = 1,00 \text{ m}^2$	$St = 1,06 \text{ m}^2$	$I_e = 0,939 \text{ m}^4$
	$\eta_e = 1,06/1,00 = 1,06 \text{ m.}$	

Brücken herstellen, weil durch die Koppelung das idelle Trägheitsmoment des Verbundquerschnittes erheblich vergrößert und durch die Seile ein wesentlicher Teil des Eigengewichts getragen wird. Bei der Beurteilung der Bruchsicherheit ist noch zu beachten, daß die Seile bei Erreichen ihrer Bruchgrenze eine verhältnismäßig niedrige Spannung besitzen und somit keine Einsturzgefahr für das Bauwerk besteht, weil die Seile noch intakt bleiben.

Betonquerschnitt

F_b	St	J_b
$2 \cdot 0,86 \cdot 0,6 = 1,03 \text{ m}^2$	$1,03 \cdot 2,43 = 2,50 \text{ m}^3$	$(1,03 + 0,94 + 0,89 + 0,98)$
$2 \cdot 0,78 \cdot 0,6 = 0,94 \text{ "}$	$0,94 \cdot 2,40 = 2,26 \text{ "}$	$(\frac{0,8^2}{12} + 0,15^2) = 0,290 \text{ m}^4$
$2 \cdot 0,74 \cdot 0,6 = 0,89 \text{ "}$	$0,89 \cdot 2,37 = 2,11 \text{ "}$	
$2 \cdot 0,82 \cdot 0,6 = 0,98 \text{ "}$	$0,98 \cdot 2,41 = 2,36 \text{ "}$	
$17,60 \cdot 0,25 = 4,40 \text{ "}$	$4,40 \cdot 2,60 = 11,42 \text{ "}$	$4,40 \cdot 0,05^2 = 0,011 \text{ "}$
$2 \cdot 5,60 \cdot 0,25 = 2,80 \text{ "}$	$2,80 \cdot 2,69 = 7,55 \text{ "}$	$2,80 \cdot 0,14^2 = 0,083 \text{ "}$
$F_b = 11,04 \text{ m}^2,$	$St = 28,20 \text{ m}^3,$	$J_b = 0,384 \text{ m}^4,$
	$\eta_b = 28,20/11,04 = 2,55 \text{ m}.$	

Damit erhalten wir für den Verbundquerschnitt bei Verkehrslast ($n=6$)

$$\Sigma F = 1,00 + \frac{1}{6} \cdot 11,04 = 1,00 + 1,84 = 2,84 \text{ m}^2$$

$$\Sigma St = 1,06 + \frac{1}{6} \cdot 28,20 = 1,06 + 4,70 = 5,76 \text{ "}$$

$$J_i = 0,939 + 1,00 \cdot 0,97^2 + 0,384 + 4,70 \cdot 0,52^2 = 0,939 + 0,940 + 0,384 + 1,270 = 3,43 \text{ m}^4$$

$$W_{eu} = 1,69 \text{ m}^3, \quad W'_{bo} = \frac{3,43}{0,84} = 24,4 \text{ m}^3.$$

Durch die Koppelung ist das Trägheitsmoment und damit die Biegesteifigkeit auf das 3,5fache gestiegen.

Auf Grundlage der Theorie der echten Hängebrücken werden nun für den Versteifungsbalken für halbseitige Verkehrslast, die annähernd die ungünstigste Laststellung darstellt, die größten positiven und negativen Momente ermittelt (Abb. 25). Dafür erhalten wir folgende Spannungen:

max. Moment $+M_x^D = +11\,900 \text{ tm}$

$$\sigma_{eu} = \frac{11\,900}{1,69} = +7000 \text{ t/m}^2, \quad \sigma_{bo} = -\frac{11\,900}{24,4} = -490 \text{ t/m}^2.$$

min. Moment $-M_x^D = -9900 \text{ tm}$

$$\sigma_{eu} = -\frac{9900}{1,69} = -5850 \text{ t/m}^2, \quad \sigma_{bo} = +\frac{9900}{24,4} = +405 \text{ t/m}^2.$$

Die Zugspannung von 40,5 kg/cm² in der Betonplatte, zu welcher noch die aus Schwinden hinzukommt, müssen

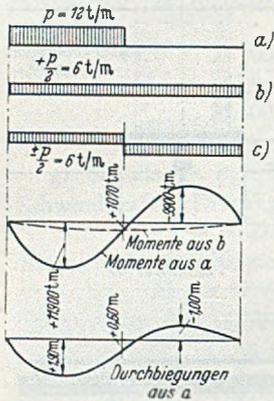


Abb. 25.

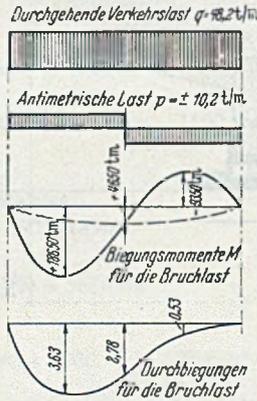


Abb. 26.

wir durch Vorspannung überlagern. Die Spannung aus Schwinden ist geringer als früher, weil die Koppelung erst erfolgt, wenn die Platte schon weitgehend erhärtet ist und die Vorspannung durchgeführt werden kann, und ferner, weil der Stahlquerschnitt klein ist im Verhältnis zum Betonquerschnitt, so daß er der Schwindung keinen großen Widerstand entgegensetzt. Für die Zugspannung aus Schwinden dürften 10 kg/cm² genügen. Insgesamt müssen wir die Platte mit etwa 50 bis 60 kg/cm² vorspannen. Die Vorspannung erfolgt nach dem Verfahren C2. Nach erfolgter Koppelung werden die Stahlbetonplatten durch nachträglich betonierete Stege auch mit den Querträgern gekoppelt, so daß sich deren Trägheitsmoment entsprechend vergrößert. Durch die Druckspannungen werden zugleich die Zugspannungen der Stahlbetonplatte infolge der örtlichen Biegemomente überlagert.

Bei 750 m Krümmungsradius des Kabels ergibt sich $H_g = 750 \cdot 46,0 = 34\,500 \text{ t}$ und für $p = 12 \text{ t/m}$ $H_p = 8210 \text{ t}$, also insgesamt $H_{g+p} = 43\,710 \text{ t}$.

Es ist noch die Frage der Bruchsicherheit der vorgespannten Versteifungsbalken zu erörtern. Wir haben schon

darauf hingewiesen, daß bei den vorgespannten Trägern keine Proportionalität zwischen Belastungen und Spannungen besteht. Bei den echten Hängebrücken liegt außerdem noch eine nichtlineare Differentialgleichung zugrunde. Infolgedessen ist eine Untersuchung des Sicherheitsgrades hier von ganz besonderem Interesse.

Wir steigern die Lasten von $g = 46 \text{ t/m}$ auf $g_1 = 46 \cdot 1,7 = 78 \text{ t/m}$ und von $p = 12 \text{ t/m}$ auf $p_1 = 12 \cdot 1,7 = 20,4 \text{ t/m}$ und ermitteln die Biegemomente für einseitige Verkehrslast. Hierbei ist zu beachten, daß die Differenz $g_1 - g$, die nach der Montage aufgebracht wird, im Gegensatz zu g Biegemomente im Versteifungsbalken hervorruft, weil das Kabel sich dehnt. Wir müssen deshalb der Berechnung der Bruchsicherheit eine durchgehende Belastung von $g = (g_1 - g) + p_1/2 = 32 + 10,2 = 42,2 \text{ t/m}$ und eine antisymmetrische Belastung von $\pm p_1/2 = 10,2 \text{ t/m}$ zugrunde legen. Obwohl die durchgehende Last von $p/2 = 6 \text{ t/m}$ auf $42,2 \text{ t/m}$, also auf das 7fache, und die antisymmetrische Last auf das 1,7fache gestiegen sind, ergeben sich nach Abb. 26 für die Momente der Bruchlast günstige Werte. Zwar wachsen die positiven Momente von 11 900 tm auf 18 650 tm, also auf das 1,57fache an, aber die maßgebenden negativen Momente, die in der Stahlbetonplatte Zugspannungen hervorrufen, gehen von 9900 tm auf 9350 tm zurück, so daß die Stahlbetonplatte in keiner Weise gefährdet ist.

Die Spannungen für die Bruchlast betragen für

max. Moment $M_x^D = 18\,650 \text{ tm}$;

$$\sigma_{eu} = +\frac{18\,650}{1,69} = +11\,000 \text{ t/m}^2, \quad \sigma_{bo} = -\frac{18\,650}{24,4} = -765 \text{ t/m}^2,$$

min. Moment $M_x^D = -9350 \text{ tm}$,

$$\sigma_{eu} = -\frac{9350}{1,69} = -5540 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_{bo} = +\frac{9350}{24,4} = +384 \text{ t/m}^2.$$

Dies bedeutet, daß bei der Bruchlast sowohl für den Stahl wie für den Beton die Spannungen unter den für die Gebrauchslast zulässigen Werten bleiben. Daraus darf man aber nicht etwa den Schluß ziehen, die zulässigen Spannungen für die Versteifungsbalken zu erhöhen. Die reduzierten Spannungen stellen jetzt eine Sicherheit gegenüber Material- und Konstruktionsfehlern dar. Der Versteifungsbalken kann infolge seiner niedrigen Spannungen aus St 37 hergestellt werden.

Abschließend sei bezüglich der Sicherheit festgestellt, daß bei fehlender Linearität beim Haupttragwerk die Berechnung vor allem für den Bruchzustand durchgeführt werden sollte und die Berechnung für die Gebrauchslasten lediglich als Ergänzung zu betrachten ist.

Bei dem Versteifungsbalken der Hänge- und Stabbogenbrücken dagegen, bei welchen dieser nur die Aufgabe hat, die ungleichmäßig verteilten Verkehrslasten durch Biegemomente in eine etwa gleichmäßig verteilte Last umzuwandeln, damit sie von den keine Biegesteifigkeit besitzenden Kabeln oder Stabbögen übernommen werden kann, kann man sich auf die Berechnung des Gebrauchslastzustandes unter Einhaltung der zulässigen Beanspruchungen beschränken. Dies um so mehr, als mit einer Steigerung der Verkehrslasten auch in Zukunft nicht zu rechnen ist, weil den heutigen Verkehrsbelastungen schon eine mit Autos und Lastwagen voll gedrängte Fahrbahn entspricht.

Der Stahlbedarf für die obige Hängebrücke ist außerordentlich gering, nämlich einschließlich der Kabel, Lager und der Rundstahlbewehrung nur 19 000 t. Das sind, bezogen auf die Grundfläche der Brücke, nur $19\,000/600 \cdot 32 = 0,98 \text{ t/m}^2$. Trotz der schlanken Versteifungsbalken betragen die Durchbiegungen infolge der Verkehrslasten nur $\delta = l/515$ bei halbseitiger und $\delta = l/500$ bei durchgehender Belastung.

Um an Stahl zu sparen, wird für die Pylonen Stahlbeton vorgesehen. Die Pylonen sind in der Brückenrichtung unten gelenkig gelagert (Pendel). Die Gelenke liegen

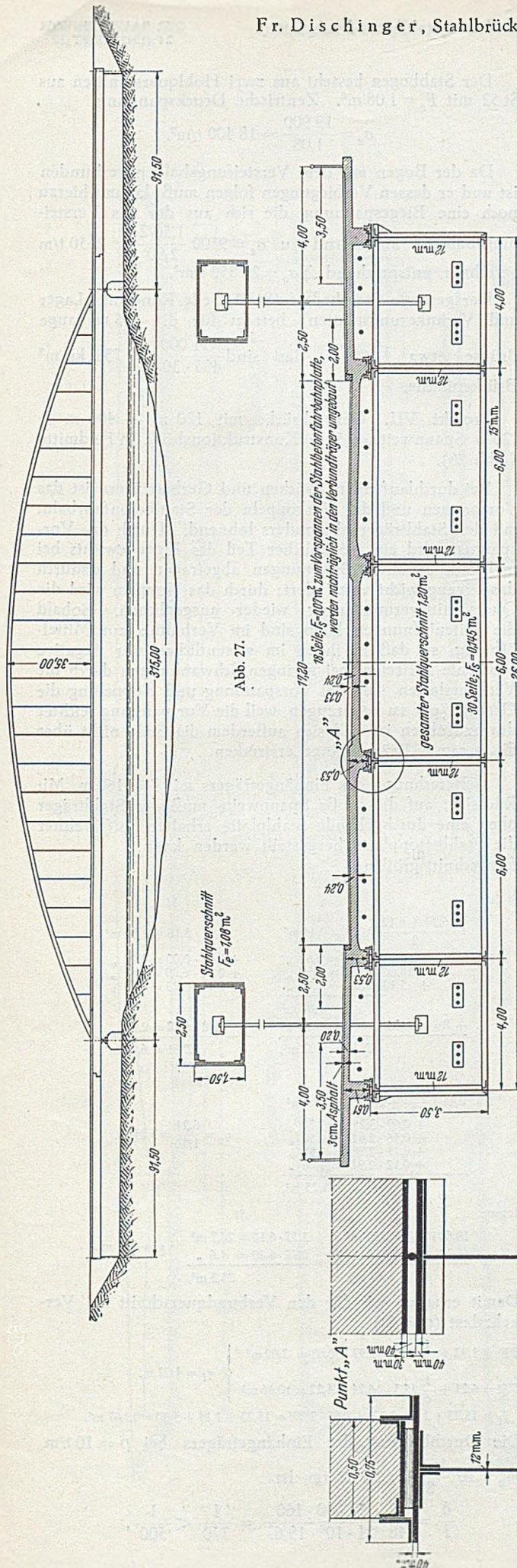


Abb. 27.

verdeckt unter der Fahrbahn. Es ist aber auch möglich, die Pylonen am Fuße einzuspannen, wenn die früher beschriebene Herstellungsmethode benutzt wird, vgl. [2].

Projekt VI. Stabbogenbrücke mit 315 m Spannweite (Abb. 27). Pfeilhöhe 37,5 m, Höhe des Versteifungsbalkens $h = 1/90 = 3,50$ m.

Dieses Projekt entspricht in seiner Spannweite der neuen Hängebrücke Köln-Mülheim, es soll zeigen, daß man auch große Spannweiten mit Stabbogenbrücken bei geringen Stahlmengen herstellen kann.

Versteifungsträger, Querschnittsgrößen:

Stahl:	F_e	St	J_e	
	$26,50 \cdot 0,15 = 0,40 \text{ m}^2$	$0,40 \cdot 0,00 = 0,00 \text{ m}^2$	$0,34 \left(\frac{3,50^2}{12} + 0,12^2 \right) = 0,35 \text{ m}^4$	
	$+ 8 \cdot 0,75 \cdot 0,06 = 0,36 \text{ „}$	$+ 0,36 \cdot 3,50 = 1,26 \text{ „}$		$+ 0,40 \cdot 1,87^2 = 1,40 \text{ „}$
	$+ 8 \cdot 3,50 \cdot 0,012 = 0,34 \text{ „}$	$+ 0,34 \cdot 1,75 = 0,59 \text{ „}$		$+ 0,36 \cdot 1,63^2 = 0,96 \text{ „}$
	$1,10 \text{ m}^2$		$+ 0,10 \cdot 2,00^2 = 0,40 \text{ „}$	
Rundstahl	$+ 0,10 \text{ „}$	$+ 0,10 \cdot 3,87 = 0,39 \text{ „}$		
	$\Sigma F_e = 1,20 \text{ m}^2,$	$\Sigma St = 2,24 \text{ m}^2,$	$3,11 \text{ m}^4.$	
		$\eta_e = \frac{2,24}{1,20} = 1,87 \text{ m}.$		

Beton:	F_b	St	J_b	
	$2 \cdot 0,61 \cdot 0,5 = 0,61 \text{ m}^2$	$0,61 \cdot 3,80 = 2,32 \text{ m}^2$	$0,61 \cdot \frac{0,61^2}{12} = 0,019 \text{ m}^4$	
	$+ 4 \cdot 0,53 \cdot 0,5 = 1,06 \text{ „}$	$+ 1,06 \cdot 3,76 = 3,98 \text{ „}$		
	$+ 11 \cdot 0,24 = 2,64 \text{ „}$	$+ 2,64 \cdot 3,85 = 10,18 \text{ „}$		
	$+ 5,5 \cdot 0,24 = 1,32 \text{ „}$	$+ 1,32 \cdot 3,85 = 5,08 \text{ „}$		
	$+ 11,1 \cdot 0,20 = 2,22 \text{ „}$	$+ 2,22 \cdot 3,99 = 8,87 \text{ „}$	$+ 1,06 \cdot \frac{0,53^2}{12} = 0,025 \text{ „}$	
	$\Sigma F_b = 7,85 \text{ m}^2,$	$\Sigma St = 30,53 \text{ m}^2,$	$0,044 \text{ m}^4.$	
		$\eta_b = \frac{30,53}{7,85} = 3,87 \text{ m}.$		

Damit ergibt sich für den Verbundquerschnitt mit $n = 6$

$$\Sigma F = 1,20 + \frac{7,85}{6} = 1,20 + 1,31 = 2,51 \text{ m}^2$$

$$\Sigma St = 2,24 + \frac{30,53}{6} = 2,24 + 5,06 = 7,30 \text{ m}^2$$

$$\eta_i = \frac{7,30}{2,51} = 2,90 \text{ m},$$

$$J_i = 3,11 + 1,20 \cdot 1,03^2 + \frac{0,044}{6} + 1,31 \cdot 0,97^2 = 3,11 + 1,28 + 0,00 + 1,23 = 5,62 \text{ m}^4,$$

$$W_{eu} = \frac{5,62}{2,90} = 1,93 \text{ m}^3, \quad W_{bo} = \frac{5,62}{1,25} = 4,50 \text{ m}^3 \text{ für die Randspannung,}$$

$$W_{bu} = \frac{5,62}{0,97} = 5,78 \text{ m}^3 \text{ für die Berechnung der zentralen Spannungen.}$$

a) Berechnung des Versteifungsbalkens. Für die Verkehrslast $p = 12 \text{ t/m}$ ergibt sich bei einseitiger Belastung max. Moment = +18 300 tm, min. Moment = -17 300 tm und $H_{p/2} = 1900 \text{ t}$.

Damit erhält man für den Verbundquerschnitt

$$\text{Stahl: } \sigma_{eu} = \frac{18\,300}{1,93} = +9500 \text{ t/m}^2,$$

$$\text{Beton: } \sigma_{bo} = \frac{17\,700}{26,8} = +655 \text{ t/m}^2 \text{ (Randspannung),}$$

$$\sigma_{bm} = \frac{17\,700}{34,6} = 510 \text{ t/m}^2 \text{ (zentrischer Zug).}$$

Da die Verkopplung erst nach Aufbringen der Eigengewichtslasten erfolgt, muß der Schub H_g (Eigengewicht) von dem Stahlbalken und den vorgespannten Seilen aufgenommen werden. Um die Stahlbetonplatte von den zentralen Zugspannungen zu befreien, müssen wir sie durch Seile unter Druckvorspannung in Höhe von 51 kg/cm^2 setzen. Hinzu kommen noch die Schwindspannungen, die mit 15 bis 20 kg/cm^2 in Rechnung gestellt werden können, da die Verkopplung erst in einem späteren Zustand, d. h. bei hohen Druckfestigkeiten, erfolgen kann. Bei $F_b = 7,85 \text{ m}^2$ benötigen wir eine Vorspannkraft

$$Z \approx 700 \cdot 7,85 = 5500 \text{ t}.$$

Die zum Vorspannen der Fahrtrahiplatte verwendeten Seile werden nach der Verkopplung wieder frei und dem Abbau entsprechend laufend in den Verbundträger eingebaut. Sie übernehmen einen Teil des Eigengewichtsschubes, der bisher von dem Stahlträger übernommen worden war. Bei dieser schrittweisen Ummontage ändert sich die Länge des Versteifungsbalkens nicht, und infolgedessen bleibt auch die Vorspannung voll erhalten. Zum Eigengewichtsschub

$$H_g = 48 \cdot \frac{315^2}{8 \cdot 37,5} = 16\,000 \text{ t}$$

kommt noch $Z = 5500$ t, weil die Vorspanndruckkraft des Betons im Stahlbalken eine gleich große Zugkraft hervorruft. Es entsteht also $H_g + Z = 21\,500$ t, wovon wir $11\,500$ t durch vorgespannte Seile und $10\,000$ t durch den Versteifungsbalken aufnehmen. In letzterem ergibt sich eine zentrische Zugspannung $\sigma_e = \frac{10\,000}{1,10} = 9100$ t/m². Seine Biegespannung ist $\sigma_{eu} = 10\,260$ t/m², so daß sich $\Sigma\sigma_e = 19\,360$ t/m² ergibt. Die Spannungsdifferenz $21\,000 - 19\,360 = 1640$ t/m² wird benötigt, um die zusätzlichen Biegespannungen für Eigengewicht und die Längsspannungen aus Verkehr zu decken.

Die Seile spannen wir mit $\sigma_e^S = 8$ t/cm² vor. Der notwendige Seilquerschnitt ist dann $F^S = \frac{11\,500}{8} = 0,145$ m². Wir ermitteln nun die zentrischen Zugspannungen der Zuggurte.

Erstes Stadium, vor der Verkoppelung, $H_g = 16\,000$ t. Von der Seilkraft von $11\,500$ t stehen zunächst nur $11\,500 - 5500 = 6000$ t zur Verfügung, also müssen $16\,000 - 6000 = 10\,000$ t durch den Stahlträger aufgenommen werden, dessen zentrische Zugspannung $\sigma_e = \frac{10\,000}{1,10} = 9100$ t/m² beträgt.

Zweites Stadium, nach der Verkoppelung. Bei durchgehender Verkehrslast ist $H_p = 3900$ t, also ist insgesamt $H_g + Z + H_p = 16\,000 + 5500 + 3900 = 25\,400$ t wirksam. Davon werden von den Seilen $11\,500$ t aufgenommen. Auf den Stahlbalken entfallen $16\,000 + 5500 - 11\,500 = 10\,000$ t, $\sigma_e = 9100$ t/m², wie beim Stadium 1.

Um die Spannungen aus Verkehrslast ($H_p = 3900$ t) zu bestimmen, bilden wir den ideellen Querschnitt

$$F_i = 1,20 + 1,31 + 0,145 \frac{16 \cdot 10^6}{21 \cdot 10^6} = 2,51 + 0,11 = 2,62 \text{ m}^2.$$

$$\text{St 52, } \sigma_e = \frac{3900}{2,62} = 1490 \text{ t/m}^2,$$

$$\Sigma\sigma_e = 9100 + 1490 = 10\,590 \text{ t/m}^2;$$

$$\text{Seile: } \sigma_e^S = 1490 \frac{16 \cdot 10^6}{21 \cdot 10^6} = 1140 \text{ t/m}^2,$$

$$\Sigma\sigma_e^S = 80\,000 + 1140 = 81\,140 \text{ t/m}^2;$$

$$\text{Beton: } \sigma_b = \frac{1490}{6} = 249 \text{ t/m}^2 = 25 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Spannung σ_b im Beton ist eine Zugspannung, die von der Druckvorspannung abgeht. Bei halbseitiger Verkehrslast sind die zentrischen Zugspannungen kleiner, dafür treten die schon erwähnten Biegespannungen des Verbundträgers hinzu.

Die größte Seilspannung ist

$$\sigma_e^S = 8000 + 115 = 8115 \text{ kg/cm}^2.$$

Der Einfluß der Verkehrslasten ist gering und beträgt nur 1,4 %. Es handelt sich also im wesentlichen um eine ruhende Belastung, so daß wie bei vorgespannten Stahlbetontragwerken die zulässige Spannung im Gebrauchslastenzustand mit 55 % der Zerreißfestigkeit angesetzt werden kann ($\sigma_{ez} = 16\,000$ kg/cm², $\sigma_{e\text{zul}}^S = 8800$ kg/cm²).

Steigert man die Lasten bis zum Bruch, so entsteht $\nu (H_g + H_p) = 1,7 (16\,000 + 3900) \approx 34\,000$ t. Im Bruchzustand fällt die Betonplatte aus, zur Verfügung stehen nur St 52 $F_e = 1,20$ m²; $Z = F_e \sigma_s = 1,20 \cdot 36\,000 = 43\,200$ t, Seile $F^S = 0,145$ m²; $Z = F_e^S \sigma_s^S = 0,145 \cdot 135\,000 = 19\,600$ t,

$$\Sigma Z = 52\,800 \text{ t.}$$

Die Bruchsicherheit liegt also erheblich über dem vorgeschriebenen Wert.

Stabbogen (vgl. Abb. 27).

$$H_{g+p} = 16\,000 + 3900 = 19\,900 \text{ t.}$$

Der Stabbogen besteht aus zwei Hohlquerschnitten aus St 52 mit $F_e = 1,08$ m². Zentrische Druckspannung

$$\sigma_e = \frac{19\,900}{1,08} = 18\,400 \text{ t/m}^2.$$

Da der Bogen mit dem Versteifungsbalken verbunden ist und er dessen Verbiegungen folgen muß, kommt hierzu noch eine Biegespannung, die sich aus der des Versteifungsbalkens annähernd zu $\sigma_e = 9500 \frac{1,50/2}{2,90} = 2450$ t/m berechnet, entsprechend $\Sigma\sigma_e = 20\,850$ t/m².

Der gesamte Stahlbedarf (St 52, Seile, Rundstahl, Lager und Verankerungsplatten) beträgt für die 495 m lange Brücke etwa $11\,000$ t, das sind $\frac{11\,000}{495 \cdot 30,2} = 735$ kg/m² Brückenfläche.

Projekt VII. Gerberbrücke mit 120 m — 400 m — 120 m Spannweite, 6,50 m Konstruktionshöhe in Feldmitte (Abb. 28).

Bei durchlaufenden Brücken und Gerberträgern ist das Vorspannen und das Verkoppeln der Stahlbetonfahrbahn mit den Stahlträgern besonders lohnend. Durch das Vorspannen wird ein wesentlicher Teil des Eigengewichts bei mehrfach erhöhten Spannungen abgetragen und dadurch das Eigengewicht vermindert; durch das Koppeln wird die Querschnittsverminderung wieder ausgeglichen. Sobald die Seitenöffnungen klein sind im Verhältnis zur Mittelöffnung, so daß in ihnen im wesentlichen nur negative Momente auftreten, bei geringen Schwankungen durch die Verkehrslasten, sind bei Vorspannung und Koppelung die Gerberträger zu bevorzugen, weil die Vorspannung leichter durchzuführen ist und sich außerdem die Seile nicht über die gesamte Brückenlänge erstrecken.

a) Berechnung des Einhängerträgers mit $l = 160$ m. Mit Rücksicht auf die große Spannweite muß der Stahlträger oben eine durchgehende Stahlplatte erhalten, auf welcher die Stahlbetonplatte hergestellt werden kann. Querschnittsgrößen:

Stahl:	F_e	St
$4 \cdot \frac{6,20 + 6,12}{2}$	$0,018 = 0,44 \text{ m}^2$	$0,44 \cdot 3,16 = 1,39 \text{ m}^3$
$+ 19,20 \cdot 0,036$	$= 0,69 \text{ „}$	$+ 0,69 \cdot 0,00 = 0,00 \text{ „}$
$+ 18,60 \cdot 0,030$	$= 0,56 \text{ „}$	$+ 0,56 \cdot 6,09 = 3,42 \text{ „}$
$+ 5,40 \cdot 0,020$	$= 0,11 \text{ „}$	$+ 0,11 \cdot 6,23 = 0,68 \text{ „}$
	<u>1,80 m²</u>	
+ Rundstahl	$= 0,12 \text{ „}$	$+ 0,12 \cdot 6,22 = 0,75 \text{ „}$
	$\Sigma F_e = 1,92 \text{ m}^2,$	$\Sigma St = 6,24 \text{ m}^3,$
	J_e	
$0,44 \left(\frac{6,16^2}{12} + 0,09^2 \right)$	$= 1,39 \text{ m}^4$	
$+ 0,69 \cdot 3,25^2$	$= 7,30 \text{ „}$	
$+ 0,56 \cdot 2,84^2$	$= 4,50 \text{ „}$	
$+ 0,11 \cdot 2,98^2$	$= 0,98 \text{ „}$	
$+ 0,12 \cdot 2,97^2$	$= 1,06 \text{ „}$	
	<u>15,23 m⁴</u>	$\eta_e = \frac{6,24}{1,92} = 3,25 \text{ m.}$

Beton:	F_b	St	η_b
$18,60 \cdot 0,18$	$= 3,35 \text{ m}^2$	$3,35 \cdot 6,18 = 20,7 \text{ m}^3$	
$6,00 \cdot 0,12$	$= 0,72 \text{ „}$	$0,72 \cdot 6,29 = 4,6 \text{ „}$	$\eta_b = 6,22 \text{ m.}$
	<u>4,07 m²</u>	<u>25,3 m³</u>	

Damit erhalten wir für den Verbundquerschnitt bei Verkehrslast ($n = 6$):

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F &= 1,92 + \frac{1}{6} 4,07 = 1,92 + 0,68 = 2,60 \text{ m}^2 \\ \Sigma St &= 6,24 + \frac{1}{6} 25,3 = 6,24 + 4,22 = 10,46 \text{ m}^3 \end{aligned} \right\} \eta_i = 4,02 \text{ m.}$$

$$J_i = 15,23 + 1,92 \cdot 0,77^2 + 0,68 \cdot 2,20^2 = 15,23 + 1,14 + 3,30 = 19,67 \text{ m}^4.$$

Die Durchbiegung des Einhängerträgers bei $p = 10$ t/m,

$$M_p = 10 \frac{160^2}{8} = 32\,000 \text{ tm, ist}$$

$$\frac{\delta}{l} = \frac{5}{48} \frac{32\,000 \cdot 160}{21 \cdot 10^6 \cdot 19,67} = \frac{1}{770} < \frac{1}{500}$$

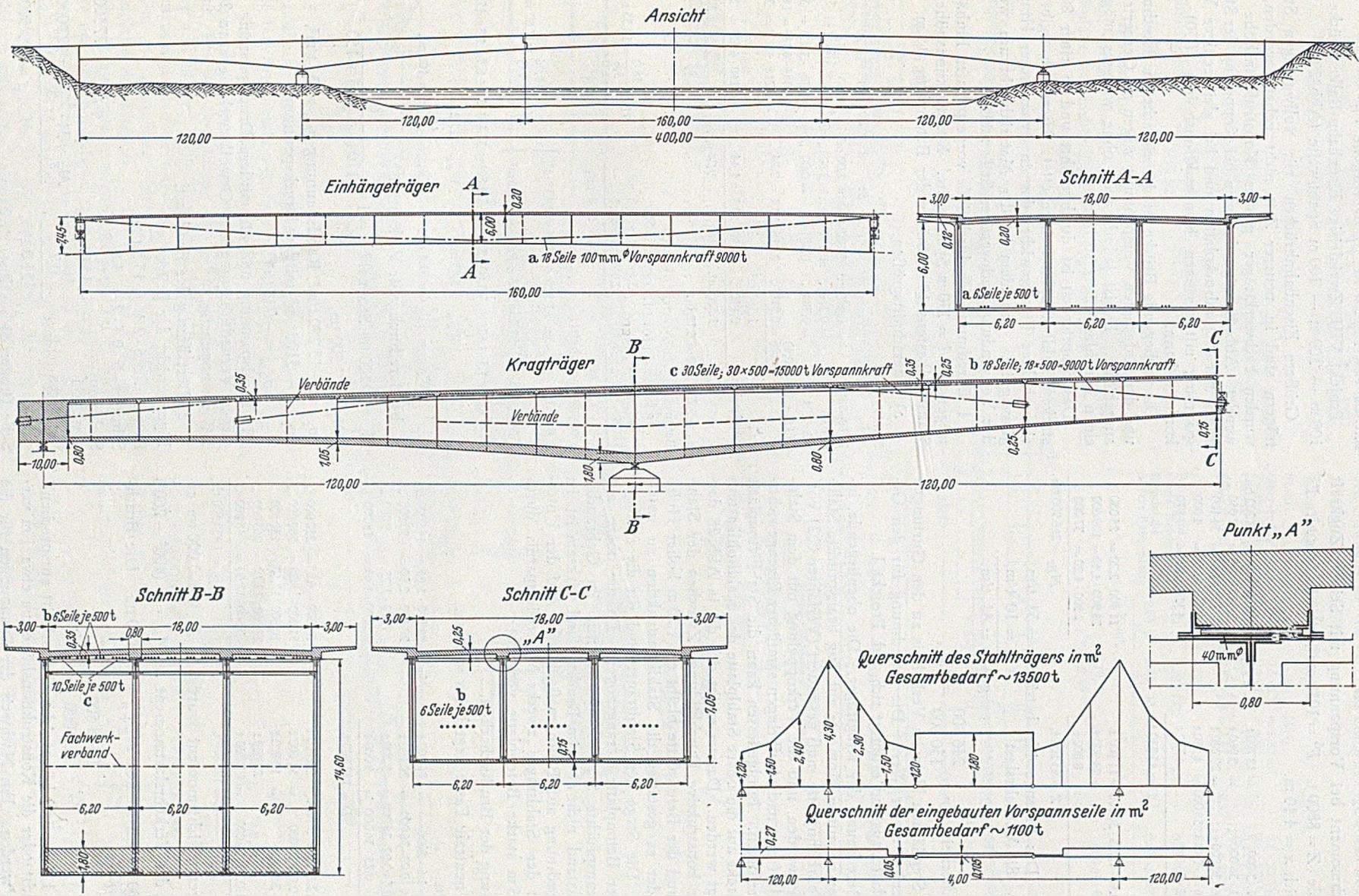


Abb. 28.

und zwar ohne Berücksichtigung der Bogenwirkung, wodurch sich noch eine Ermäßigung von einigen Prozenten ergibt.

Bruchmoment bei Vorspannung mit Seilen: Zugkraft der Seile $Z = 8800 \text{ t}$. $F^S = 1050 \text{ cm}^2$, $\sigma_s^S = 8,35 \text{ t/cm}^2$. Es ergibt sich $x = 4,40 \text{ m}$.

Druckkraft:

$D_b = 4,07 \cdot 3000$	$= 12200 \text{ t}$	$M_{Br} = 12200 \cdot 1,82 = 22200 \text{ tm}$
$De_1 = 0,11 \cdot 36000$	$= 3960 \text{ t}$	$3960 \cdot 1,83 = 7050 \text{ „}$
$De_2 = 0,56 \cdot 36000$	$= 20200 \text{ t}$	$20200 \cdot 1,69 = 34100 \text{ „}$
$De_3 = 1,76 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 36000$	$= 4550 \text{ t}$	$4550 \cdot 0,88 = 4000 \text{ „}$
$De_4 = 0,12 \cdot 36000$	$= 4320 \text{ t}$	$4320 \cdot 1,82 = 7870 \text{ „}$
<hr/>		
	$D = 45230 \text{ t}$	

Zugkraft:

$Z_{e1} = 4 \cdot 4,40 \cdot 0,018 \cdot 36000$	$= 11400 \text{ t}$	$11400 \cdot 2,20 = 25080 \text{ „}$
$Z_{e2} = 0,69 \cdot 36000$	$= 24900 \text{ t}$	$24900 \cdot 4,40 = 109600 \text{ „}$
Seile	8800 t	$8800 \cdot 4,20 = 37000 \text{ „}$
<hr/>		
	$Z = 45100 \text{ t}$	$M_{Br} = 246900 \text{ tm}$

Das Eigengewicht beträgt $g = 31 \text{ t/m}$,
die Verkehrslast $p = 10 \text{ t/m}$,
 $g + p = 41 \text{ t/m}$.

Bruchsicherheit $\nu = \frac{246900}{130000} = 1,9$.

Da die Stegflächen klein im Verhältnis zu den Gurtungen sind, genügt dieser Wert. Die Berechnung für den Gebrauchslastenzustand erübrigt sich, vgl. Projekt I.

b) Berechnung der Kragträger. Die obenliegende, infolge der negativen Momente auf Zug beanspruchte Stahlbeton-Fahrbahnplatte muß gesondert (Verfahren C 2) vorgespannt werden, und die Verkoppelung mit dem Stahlträger darf erst nach Aufbringen sämtlicher Eigengewichtslasten erfolgen. Infolgedessen kann die Stahlbetonplatte nicht direkt auf die obere Stahlplatte des Stahlhohlkastens aufgelegt werden. Daraus ergibt sich die in Abb. 28 dargestellte konstruktive Durchbildung. Zwischen der Stahlplatte und der Betonplatte bleibt ein 1,20 m hoher Hohlraum, der es gestattet, die Stahlkonstruktion zu unterhalten. Die Stege der Stahlträger sind für die Auflagerung der Betonplatte herangezogen. Da die obere, auf Zug beanspruchte Stahlbetonplatte nur im Gebrauchslastenzustand, nicht aber im Bruchzustand wirksam ist, ist die Berechnung auf Bruch maßgebend. Auf der Unterseite ist der Stahlträger zwecks Materialersparnis durch eine 1,6 m starke Betonplatte verstärkt.

Berechnung der Bruchsicherheit.

Die neutrale Faser liegt bei $x = 2,5 \text{ m}$.

Druckkräfte:

$D_b = 18 \cdot 1,6 \cdot 3000$	$= 86500 \text{ t}$	$M_{Br} = 86500 \cdot 1,65 = 143000 \text{ tm}$
$De_1 = 18,6 \cdot 0,03 \cdot 36000$	$= 20100 \text{ t}$	$20100 \cdot 2,50 = 50000 \text{ „}$
$De_2 = 4 \cdot 2,5 \cdot 0,02 \cdot 36000$	$= 7200 \text{ t}$	$7200 \cdot 1,25 = 9000 \text{ „}$
Rundstahl $0,25 \cdot 36000$	$= 9000 \text{ t}$	$9000 \cdot 1,65 = 15700 \text{ „}$
<hr/>		
	$D = 122800 \text{ t}$	

Zugkräfte:

$Z_{e1} = 4 \cdot 12,1 \cdot 0,02 \cdot 36000$	$= 34800 \text{ t}$	$34800 \cdot 6,05 = 210000 \text{ „}$
$Z_{e2} = 18 \cdot 0,08 \cdot 36000$	$= 51600 \text{ t}$	$51600 \cdot 11,25 = 580000 \text{ „}$
$Z_{e3} = 0,3 \cdot 36000$	$= 10800 \text{ t}$	$10800 \cdot 12,10 = 130800 \text{ „}$
Seile	22000 t	$22000 \cdot 12,10 = 265000 \text{ „}$
Rundstahl $0,10 \cdot 36000$	$= 3600 \text{ t}$	$3600 \cdot 12,50 = 45000 \text{ „}$
<hr/>		
	$Z = 122800 \text{ t}$	$M_{Br} = 1438500 \text{ tm}$

Das Eigengewichtsmoment wurde zu $M_g = 500000 \text{ tm}$ errechnet, das Verkehrslastmoment zu $M_p = \frac{10}{8} (400^2 - 260^2) = 168000 \text{ tm}$, zusammen $M_{g+p} = 668000 \text{ tm}$. Die Bruchsicherheit ist

$$\nu = \frac{1438500}{668000} = 2,15.$$

Da $\nu = 1,9$ genügt, könnte der Querschnitt entsprechend geschwächt oder die Konstruktionshöhe um etwa 1 m vermindert werden. Ein Nachweis der Spannungen für die Gebrauchslasten erübrigt sich, einerseits wegen der hohen Bruchsicherheit, andererseits weil im Gebrauchslasten-

zustand die obere Betonplatte mitwirkt. Die Spannungen infolge Verkehrslast sind niedrig, wie schon aus dem Verhältnis von M_p zu M_{g+p} hervorgeht.

Projekt VIII. Zweigleisige Eisenbahn-Balkenbrücke mit 100 m — 500 m — 100 m Spannweite (Abb. 29).

Größere Eisenbahnbrücken mit vollwandigen Stahlträgern sind in neuerer Zeit nicht gebaut worden, es wurden Fachwerkträger großer Konstruktionshöhe verwendet. Abb. 29 zeigt, daß man bei Koppelung der Stahlträger mit Betondruckplatten und bei gleichzeitiger Vorspannung mit geringen Konstruktionshöhen ($l/30$) auskommen kann.

Die vorliegende Brücke ist der einfacheren Berechnung und der einfacheren Vorspannung wegen als Gerberträger ausgebildet. Es ist jedoch auch ohne weiteres möglich, einen Durchlaufträger zu bauen.

Das Schotterbett ist durchgeführt und in einer 80 cm starken Stahlbetonplatte eingebettet. Hierdurch ergibt sich ein erhöhtes Eigengewicht, das in dynamischer Hinsicht günstig ist. Trotzdem ist der Materialverbrauch wegen der Verwendung hochwertiger Seile mäßig.

1. Berechnung des durch Seile vorgespannten Einhänge-trägers mit $l = 170 \text{ m}$ Spannweite. Konstruktionshöhe des Stahlhohlkastens 10 m, Stärke der Betonplatte 0,8 m.

a) Querschnittsgrößen.

Stahl:

	F_e	S_t	J_e
$2 \cdot 10 \cdot 0,02$	$= 0,400 \text{ m}^2$	$0,400 \cdot 5,0 = 2,00 \text{ m}^3$	$0,4 \left(\frac{10^2}{12} + 1,18^2 \right) = 3,9 \text{ m}^4$
$9 \cdot 0,04$	$= 0,360 \text{ „}$	$0,360 \cdot 10 = 3,60 \text{ „}$	
$9,4 \cdot 0,04$	$= 0,384 \text{ „}$	$0,384 \cdot 0 = 0,00 \text{ „}$	$+ 0,36 \cdot 3,82^2 = 5,3 \text{ „}$
$2(1,0 + 0,4 + 0,4)$			$+ 0,384 \cdot 6,18^2 = 14,7 \text{ „}$
$\cdot 0,06 = 0,216 \text{ „}$	$0,216 \cdot 10,4 = 2,24 \text{ „}$		$+ 0,216 \cdot 4,22^2 = 3,8 \text{ „}$
	$1,360 \text{ m}^2$		
Rundstahl	$0,140 \text{ „}$	$0,140 \cdot 10,3 = 1,44 \text{ „}$	$+ 0,140 \cdot 4,12^2 = 2,4 \text{ „}$
	$1,500 \text{ m}^2$	$9,28 \text{ m}^3$	$30,1 \text{ m}^4$

$$\eta_e = 9,28/1,500 = 6,18 \text{ m.}$$

Beton:

F_b	S_t	η_b
$9 \cdot 0,4 = 3,6 \text{ m}^2$	$3,6 \cdot 10,2 = 36,8 \text{ m}^3$	$\eta_b = \frac{58,0}{5,6} = 10,35 \text{ m.}$
$5 \cdot 0,4 = 2,0 \text{ „}$	$2,0 \cdot 10,6 = 21,2 \text{ „}$	
$5,6 \text{ m}^2$	$58,0 \text{ m}^3$	

Verbundquerschnitt:

$$\Sigma F = 1,5 + \frac{1}{6} 5,6 = 1,500 + 0,935 = 2,435 \text{ m}^2$$

$$\Sigma S_t = 9,28 + \frac{1}{6} 58,0 = 9,28 + 9,68 = 18,96 \text{ m}^3$$

$$\eta_i = \frac{18,96}{2,435} = 7,80 \text{ m.}$$

$$J_i = 30,1 + 1,5 \cdot 1,62^2 + \frac{1}{6} 3,60 \cdot 3,40^2 + \frac{2}{6} 3,80^2 = 30,1 + 3,9 + 6,9 + 4,8 = 45,7 \text{ m}^4.$$

$$W_{eu} = 5,85 \text{ m}^3; \quad W_{eo} = 15,25 \text{ m}^3;$$

$$W_{bo} = \frac{45,7}{3,00} = 15,23 \text{ m}^3; \quad W_{bm} = \frac{45,7}{2,55} = 17,92 \text{ m}^3.$$

b) Berechnung für Verkehrslast.

$$M_p = 69200 \text{ tm, Stoßzahl } \varphi = 1 + \frac{60}{170(1 + g/p) + 150} = 1,12$$

$$\varphi M_p = 77500 \text{ tm,}$$

$$\sigma_{eu} = +13250 \text{ t/m}^2, \text{ Randspannung } \sigma_{bo} = 835 \text{ t/m}^2,$$

$$\sigma_{eo} = -5100 \text{ t/m}^2, \text{ mittlere Druckspannung}$$

$$\sigma_{bm} = -715 \text{ t/m}^2.$$

Die Randspannung und die mittlere Druckspannung sind wegen Vernachlässigung der Gewölbewirkung etwa 2 bis 3 % zu ungünstig.

c) Berechnung der Bruchlast.

Eigengewicht der Brücke

$$\text{Beton } 5,6 \cdot 2,4 = 13,5 \text{ t/m}$$

$$\text{Schotter } 6 \cdot 0,4 \cdot 2 = 4,8 \text{ „}$$

$$\text{Stahlkonstruktion } 15,0 \text{ „}$$

$$\text{Sonstiges } 0,7 \text{ „}$$

$$\varphi M_p = 77500 \text{ tm}$$

$$M_g = 34 \cdot \frac{170^2}{8} = 122000 \text{ tm}$$

$$M_{g+p} = 199500 \text{ tm.}$$

Seile (tragen sich selbst) 1,2 t/m.

Die neutrale Faser liegt bei voller Plastizität $x = 8,5 \text{ m}$ von unten.

Druckkräfte:

Beton	3,6 · 3000	= 10 800 t	$M_{Br} = 10 800 · 1,70 = 18 300 \text{ tm}$
	2,0 · 3000	= 6000 t	$6000 · 2,10 = 12 600 \text{ „}$
Stahl	0,216 · 36 000	= 7800 t	$7800 · 1,90 = 14 800 \text{ „}$
	0,140 · 36 000	= 5000 t	$5000 · 1,80 = 9 000 \text{ „}$
	0,36 · 36 000	= 13 000 t	$13 000 · 1,50 = 19 500 \text{ „}$
	0,15 · 0,4 · 36 000	= 2200 t	$2200 · 0,75 = 1 600 \text{ „}$

$D = 44 800 \text{ t,}$

Zugkräfte:

0,85 · 0,4 · 36 000	= 12 200 t	$12 200 · 4,25 = 52 000 \text{ „}$
0,384 · 36 000	= 13 800 t	$13 800 · 8,50 = 117 000 \text{ „}$
Seile	= 18 800 t	$18 800 · 8,00 = 150 000 \text{ „}$

$Z = 44 800 \text{ t,}$

$M_{Br} = 394 800 \text{ tm.}$

Bruchsicherheit $\nu = \frac{394 800}{199 500} = 1,98.$

Querschnitt der Seile 0,18 m².

2. Berechnung der Kragträger. Um an Stahl zu sparen, wurden die Kragträger durch eine untere Beton-druckplatte verstärkt, die sich auf die gesamte Länge der

und wirken mit bei der Aufnahme des Bruchmomentes. Der Verbundträger wird außerdem noch durch einen zweiten Strang Seile, die in Form eines Hängewerks abgebogen werden, vorgespannt.

a) Querschnittsgrößen.

Stahl:	F_e	St	J_e
Oberste Stahlplatte	0,60 m ²	0,6 · 13 = 7,80 m ³	$0,6 · 5,25^2 = 16,5 \text{ m}^4$
Zweite Stahlplatte	0,60 „	0,6 · 11 = 6,60 „	$0,6 · 3,25^2 = 6,3 \text{ „}$
Untere Stahlplatte	0,40 „	0,4 · 0 = 0,00 „	$0,4 · 7,75^2 = 24,3 \text{ „}$
Steg 2 · 13 · 0,02	= 0,52 „	= 0,52 · 6,5 = 3,67 „	$0,52 \left(\frac{13^2}{12} + 1,15^2 \right) = 6,1 \text{ „}$
	2,12 m ² ,		
Rundstahl,	0,20 „	0,20 · 1,00 = 0,20 „	$0,20 · 6,75^2 = 9,1 \text{ „}$
obere Betonplatte	0,08 „	0,08 · 13,3 = 1,06 „	$0,08 · 5,40^2 = 2,3 \text{ „}$
untere Betonplatte			
	2,40 m ² ,	19,33 m ³ ,	64,6 m ⁴ ,
	$\eta_e = \frac{19,33}{2,40} = 8,05 \text{ m.}$		

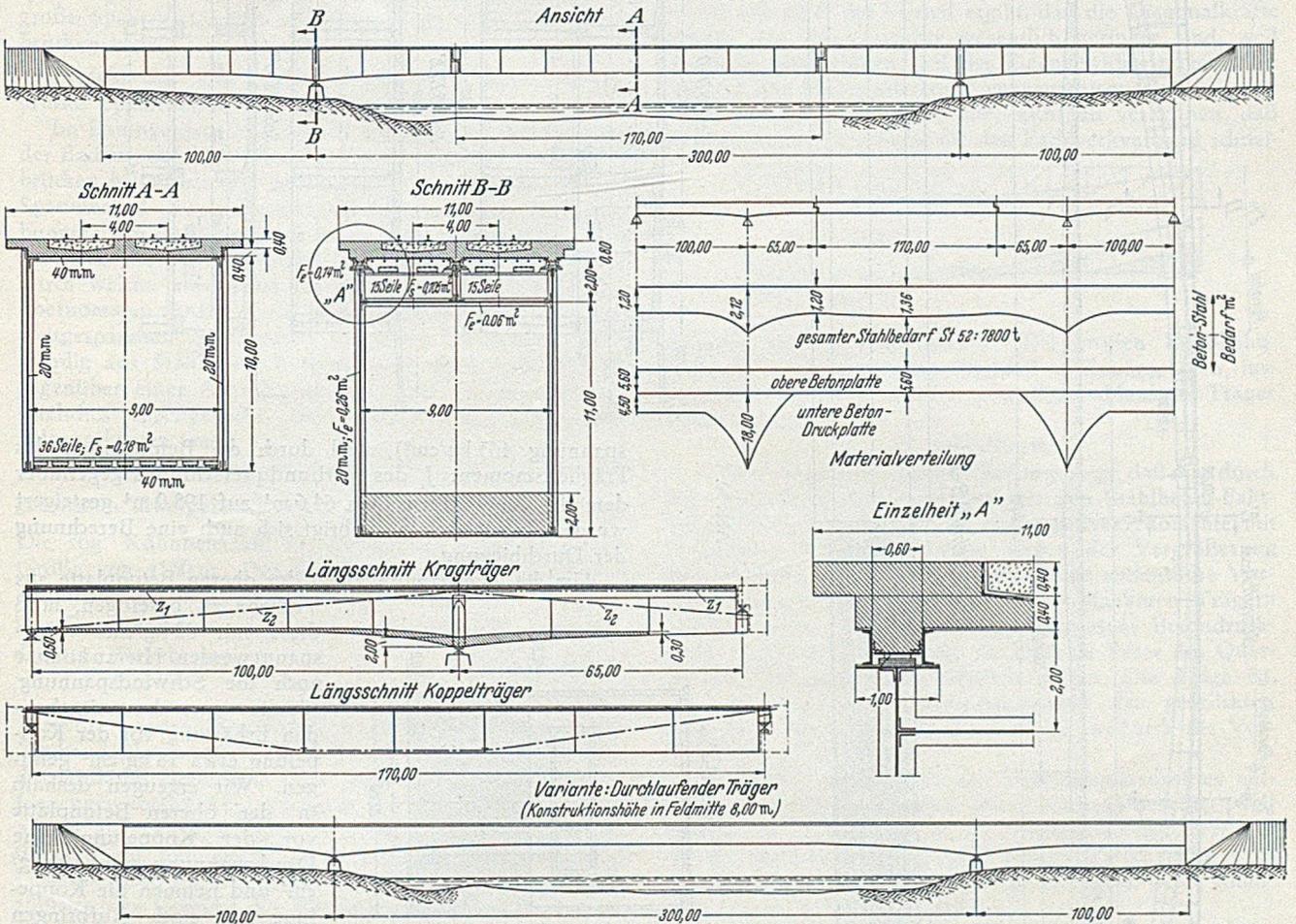


Abb. 29.

Seitenöffnung erstreckt. Auch hier ist die obere Betonplatte mit der Stahlkonstruktion gekoppelt und muß deshalb gesondert vorgespannt werden, damit sie für die negativen Verkehrslastmomente frei von Zugspannungen bleibt. Bei der Berechnung der Bruchsicherheit muß sie außer acht bleiben. Die Berechnung für den Gebrauchslastzustand ist ohne Interesse.

Um die gesonderte Vorspannung der oberen Stahlbetonplatte durchführen zu können, wird diese zunächst auf den Stahlträgern beweglich gelagert. Da für die obere Platte des Stahlhohlträgers sehr viel Material erforderlich ist, werden zwei Stahlplatten im Abstand von 2,0m ausgeführt. Die Rollen werden unter der oberen Stahlplatte angeordnet. Die Seile, mit deren Hilfe die durch die Stahlplatte verstärkte Betonplatte vorgespannt wird, liegen direkt unter der Betonplatte, auf der gesamten Länge des Kragträgers in einer Geraden. Sie verbleiben im Bauwerk

Beton:

F_b	St
$9,0 · 2,0 = 18,0 \text{ m}^2$	$18,0 · 1,0 = 18,0 \text{ m}^3$
$9,0 · 0,4 = 3,6 \text{ „}$	$3,6 · 13,2 = 47,5 \text{ „}$
$5,0 · 0,4 = 2,0 \text{ „}$	$2,0 · 13,6 = 27,2 \text{ „}$
23,6 m ² ,	92,7 m ³ .

Verbundquerschnitt für $n = 6$ (Verkehrslast):

$$\Sigma F = 2,40 + \frac{1}{6} 23,6 = 2,4 + 3,94 = 6,34 \text{ m}^2$$

$$\Sigma St = 19,33 + \frac{1}{6} 92,7 = 19,33 + 15,45 = 34,78 \text{ m}^3$$

$$\eta_i = \frac{34,78}{6,34} = 5,45 \text{ m}$$

$$J_e = 64,6 + 2,40 · 2,60^2 + \frac{1}{6} 18,0 · 4,45^2 + \frac{1}{6} 3,6 · 7,75^2 + \frac{1}{6} 2,0 · 8,15^2$$

$$= 64,6 + 16,2 + 59,2 + 36,0 + 22,0 = 198,0 \text{ m}^4,$$

$$W_{eu} = 36,3 \text{ m}^3, W_{bu} = 6 · 36,3 = 220 \text{ m}^3, W_{bu}(m) = \frac{198,0}{5,45 - 1,00} 6 = 267 \text{ m}^3,$$

$$W_{eo} = 26,2 \text{ m}^3, W_{bo} = \frac{26,2}{8,35} 6 = 188 \text{ m}^3, W_{bo}(m) = \frac{198,0}{13,35 - 5,45} 6 = 150 \text{ m}^3.$$

Es ist $\varphi M_p = 121\ 000\ \text{tm}$,
 M_g wurde zu $\frac{290\ 000}{n}$ ermittelt, zusammen
 $M_{g+p} = 411\ 000\ \text{tm}$.

Die Bruchsicherheit $\nu = \frac{865\ 000}{411\ 000} = 2,10$

ist reichlich, deshalb könnte der Stahlquerschnitt noch geschwächt werden. Man könnte aber auch die Spannweite des Einhängeträgers von 160 m auf 150 m verringern, womit es möglich wäre, die Konstruktionshöhe des Stahlträgers von 10,0 m auf 9,0 m zu ermäßigen. Würde man den Gerberträger durch einen statisch unbestimmten Durchlaufträger ersetzen, so könnte man bei geringer Verstärkung des Stützenquerschnittes die Konstruktionshöhe in Feldmitte sogar auf 8,0 m herabsetzen, vgl. Abb. 29. Dieses Projekt zeigt, daß man bei der Koppelung starker Betonplatten mit Stahlplatten und bei gleichzeitiger Vorspannung der Verbundträger auch bei Eisenbahnbrücken große Spannweiten mit schlanken Vollwandbalken überbrücken kann.

Projekt IX. Mit Seilen vorgespannte flache Bogenbrücke, Spannweite $l = 250\ \text{m}$, Pfeilhöhe $f = 15\ \text{m}$, Abb. 30.

Im Bauingenieur 24 (1949) S. 308 habe ich das Problem der flachen, auf Kies oder Sandböden gegründeten Bogenbrücken behandelt und gezeigt, daß man trotz der großen Spannweiten die zulässigen Bodenpressungen und Reibungszahlen einhalten kann, wenn man die Gewölbe durch unterhalb der Fahrbahnplatte angeordnete Seile vorspannt, durch welche annähernd die Hälfte des Gewölbeschubes übernommen wird. Abb. 30 zeigt die Anwendung auf einen weitgespannten Stahlbogen, bei dem der Aufbau vollständig aus Stahlbeton hergestellt ist. Dies bedingt zwar gegenüber einer Ausführung aus Stahl ein gewisses zusätzliches Eigengewicht, dafür fallen aber die Unterhaltungskosten weg.

Der Krümmungsradius des flachen, nach einer Parabel geformten Zweigelenkbogens beträgt $R = \frac{250^2}{8 \cdot 15} = 520\ \text{m}$. Die sog. Kühnheitszahl l^2/f besitzt die außerordentliche Größe von 4160 m. Der Stahlhohlkasten hat eine Querschnittsfläche von 1,592 m².

Der Gewölbeschub aus Eigengewicht beträgt $H_g = 18\ 800\ \text{t}$,
der aus Verkehrslast $H_p = 5\ 100\ \text{t}$

$$H_{g+p} = 23\ 900\ \text{t}$$

Hier von werden $Z = 13\ 000\ \text{t}$ durch das obliegende Zugband übernommen, so daß nur 10 900 t auf die Fundamentfläche einwirken. Die Seile sind in beiderseitigen Gegengewichtsblöcken verankert, die mit Hilfe von Kragarmen auf den Fundamenten gelenkig gelagert sind. Sie üben auf die Fundamente einen flußseitig gerichteten, dem Gewölbeschub entgegengesetzten Schub aus und erhöhen zugleich das Gewicht des Fundamentblockes. Die ungünstigste Reibungszahl in der Fundamentfläche bei Vernachlässigung der Erddruckkräfte ergibt sich zu $\mu = 0,45$, und die größte Bodenpressung liegt unter 5,5 kg/cm².

Für die Herstellung der Gegengewichte sind kleine Hilfsfundamente notwendig. Diese sind als Hohlkästen ausgebildet, sie werden entsprechend dem Anwachsen der Vorspannkraft ausbetoniert. Die Auflagerdrücke auf die Hilfsfundamente sind immer klein. Durch untergesetzte hydraulische Pressen kann außerdem jederzeit die Größe der Auflagerdrücke gemessen werden. Für die Ausbildung des Endzustandes bestehen zwei Möglichkeiten.

Man kann nach durchgeführter Vorspannung, die hier keinen zusätzlichen Einflüssen wie Kriechen usw. ausgesetzt ist, dem Auflagerdruck auf die Hilfsfundamente eine beliebige Größe geben. In diesem Falle ist der Bogenaufbau von dem Fundamentkörper wie bei Abb. 30 durch eine Fuge zu trennen. Man kann aber auch durch die Vorspannkraft das Gegengewicht von den Hilfsfundamenten abheben und gegen die Gewölbeaufbauten abstützen, zugleich die Vorspannkraft über 13 000 t steigern

und damit in der Betonfahrbahn Vorspannungen erzeugen. In diesem Falle ist zwischen Gegengewicht und Fahrbahn keine Fuge nötig. Um die Temperaturbewegungen der Fahrbahn zu ermöglichen, müssen die abstützenden Säulen in der Nähe der Fundamente als Pendel ausgebildet werden. Fahrbahn und Gegengewichte bewegen sich bei Temperaturänderungen um das Maß $\omega T l / 2$ in waagrechter Richtung um die Fußgelenke der Kragarme. Wegen der Schräglage der Kragarme sind damit auch kleine senkrechte Bewegungen verbunden.

Die größten Durchbiegungen des Bogens bei durchgehender Verkehrslast betragen 0,15 m = $l/1670$ und bei halbseitiger Last 0,24 m = $l/1040$.

F. Anwendung von Koppelung und Vorspannung auf die Fachwerkträger.

Die gekennzeichneten Konstruktionsprinzipien lassen sich selbstverständlich auch auf Fachwerkträger übertragen, wobei sich noch der Vorteil ergibt, daß die Diagonalkräfte infolge des Eigengewichts wesentlich geringer sind, weil die Seile den größten Teil des Eigengewichts tragen. Der Verlauf der abgeminderten Eigengewichtsquerkräfte ist in Abb. 31 dargestellt. Es ist aber nicht zu verkennen, daß in ästhetischer Beziehung die den Fachwerkverband schnei-

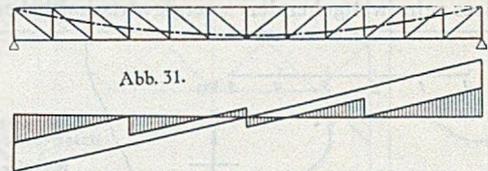


Abb. 31.

denden Seile störend wirken. Bei großen Eisenbahnbrücken sollte man diesen Nachteil in Kauf nehmen, insbesondere weil sich hierbei wesentlich schlankere Träger erzielen lassen.

G. Schlußwort.

1. Die obigen Darlegungen haben gezeigt, daß man durch eine Koppelung der Stahlträger mit den Stahlbeton-Fahrbahnplatten, bzw. im Bereich der negativen Momente mit besonderen Betondruckplatten, wegen der Vergrößerung der Trägheits- und Widerstandsmomente wesentliche Vorteile und größere Spannweiten bei schlankeren Trägern erhalten kann. Durch die Koppelung einer Betondruckplatte mit Stahlträgern rückt die neutrale Faser des Querschnittes an die Betondruckplatte heran. Die Folge ist, daß die Stahl- und Betonspannungen der gedrückten Zone nicht ausgenützt werden können, wodurch die Vorteile vermindert werden.

Durch das Vorspannen des Verbundquerschnittes mittels hochwertiger Seile wird dieser Nachteil beseitigt, weil dadurch die Spannungen in der Druckzone vergrößert und die der Zugzone herabgesetzt werden. Zweckmäßig wird die Größe der Vorspannkraft so gewählt, daß beide Randspannungen ausgenützt sind.

Da die Seile beim Bruch des Balkens, d. h. beim Plastischwerden des Verbundquerschnittes, eine etwa dreimal höhere Spannung haben als St 52 bzw. eine 4,5mal höhere als St 37, ergibt sich durch die Verwendung der Seile eine erhebliche Gewichtsverminderung, die zu einem Teil dazu ausgenützt wird, die Stahlbeton-Fahrbahnplatten stärker auszuführen und damit eine hochwertigere und haltbarere Fahrbahn herzustellen.

Da die Seile beim Bruch des Balkens (Plastischwerden) nur mit $\frac{2}{3}$ ihrer Zerreißfestigkeit ausgenützt sind, ist gegenüber dem Einsturz des Bauwerkes eine zusätzliche Sicherheit gegeben. Von großer Bedeutung ist ferner die Tatsache, daß die Seilspannungen durch die Verkehrslasten kaum beeinflußt werden und damit die gefährlichen Verbiegungen der Seile bei gleichzeitig hohen Zugspannungen fast vollständig wegfallen.

Die Vorspannung mittels Seilen hat den weiteren Vorteil, daß zwischen Stahlträgern und Stahlbeton ein einwandfreier Verbund geschaffen wird, weil die Haftspannungen zwischen Stahl und Beton durch die Vorspannung

wesentlich abgemindert werden und in den Stahlbetonplatten auch bei ungünstigster Verkehrslaststellung und bei Berücksichtigung der Schwind- und Kriechwirkungen keine Zugspannungen auftreten. Wenn man Stahl und Beton erst nach der Vorspannung der Stahlbetonplatten koppelt, kann man sogar noch weitgehendere Druckvorspannungen erhalten und bei Trägern aus St 37 erreichen, daß die im Bereich der negativen Momente auf Zug beanspruchten Stahlbeton-Fahrbahnplatten erst aufreißen, wenn der Stahl die Streckgrenze erreicht, ein Zustand, der als die ideale Lösung des Verbundes bezeichnet werden kann.

2. Obwohl die Fahrbahnplatten nur geringe Biegesteifigkeit besitzen, besteht während des Vorspannens der ebenen Platten keine Knickgefahr, weil das Eigengewicht

dem Abheben entgegenwirkt. Davon kann man sich leicht durch eine einfache Rechnung oder einen kleinen Versuch überzeugen. Ein Knicken wird jedoch möglich, wenn die Krümmung der Unterlage eine bestimmte Grenze überschreitet; im allgemeinen erübrigt sich eine derartige Knickberechnung.

3. Bei den Zahlenbeispielen wurde die Bruchlast unter der Annahme etwa 2facher Sicherheit errechnet. Wenn man dagegen die vorl. Richtlinien für die vorgespannten Stahlbetontragwerke mit 3facher Sicherheit für den Beton zugrunde legt, müssen etwas geringere Spannungen eingesetzt werden.

(Die in dieser Arbeit beschriebenen Konstruktionen sind zum Patent angemeldet.)

Kurze Technische Berichte.

Eine Wasserentnahme unter Gletschereis in den französischen Alpen.

Für die Kraftwerkskette Belleville-Albertville vom Quellgebiet des Dorinet bis zur Einmündung des Doron in die Isère ist durch Einbeziehung des Tré-la-Tête-Gletschers am Fuße des Montblanc und durch den Bau einer 30 m hohen Gewölbereihenstaumauer am Auslauf des Girotte-Sees ein weitgehender energiewirtschaftlicher Aus-

Nicht minder ungewöhnlich und interessant ist die Einbeziehung des Tré-la-Tête-Gletschers in das Zuflußgebiet der Talsperre, die durch die Besonderheit der Höhenverhältnisse nur durch Anordnung der Entnahmestelle unter dem Gletscher selbst möglich war (Abb. 2 und 3). Nachdem durch Stollen die morphologischen Verhältnisse unter dem Gletscher festgestellt waren, wurde eine solche Stelle des unterglazialen Gletscherbaches aus- gesucht an der für eine 7 m hohe Entnahmema- uer ein seitliches Widerlager vorhanden war. Die Höhe von 7 m ergab sich

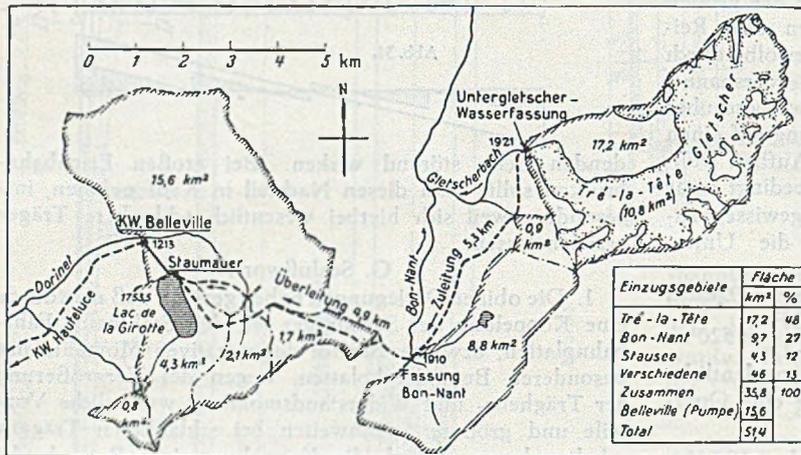


Abb. 1.

gleich geschaffen worden. Dadurch, daß in Trockenjahren der Tré-la-Tête-Gletscher etwa 54 Mio. m³ und das übrige Zuflußgebiet 16 Mio. m³ und in nassen Jahren der erstere 44 Mio. m³ und das letztere 30 Mio. m³ liefern, ist hier ein geradezu idealer Überjahresausgleich geschaffen worden. Dieses Dargebot von mindestens 70 Mio. m³/Jahr wird in

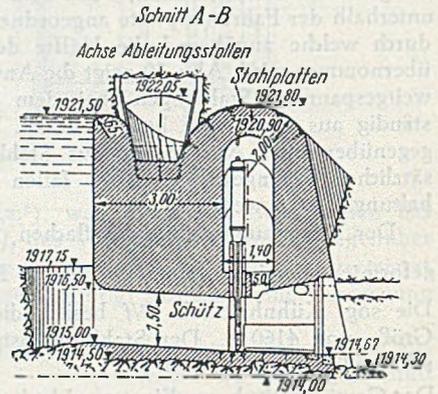


Abb. 2.

aus der für die Schieberkammer erforderlichen Höhe (Abb. 2). Durch Ausnutzung des dadurch ermöglichten Gefälles von 6,5 m konnte der Durchlaßquerschnitt für den Fall katastrophaler Abschmelzverhältnisse relativ klein gehalten werden. Der Überlauf wurde als Zweiswellenüberlauf ausgebildet. Die vordere 30 cm tiefer liegende Schwelle stellt den normalen Überlauf zur Speisung des Zuleitungsstollens dar, während die hintere mit Stahlplatten gesicherte Überlaufschwelle den eigentlichen Hochwasserüberlauf bildet. Damit für den Fall katastrophaler Schmelzwassermengen eine Unterdrucksetzung des Stollens auf jeden Fall vermieden wird, ist dieser noch mit den aus Abb. 3 ersichtlichen, unter dem Gletschereis liegenden Heberüberlauf ausgerüstet, an den sich eine entsprechende Absturznisse anschließt. Das Stollenstück zwischen der Entnahmema- uer und dem Heberüberlauf weist eine Absetzrinne für das Geschiebe auf, die durch eine Schützenöffnung gespült werden kann, die Länge dieser Rinne ist 175 m, ihre Breite 2,4 m und die Tiefe steigt allmählich von 0 auf 6 m. Die Leistung des Heberüberlaufs beträgt 6 m³/s.

Saugheber werden im Talsperrenbau bekanntlich dort nicht gern angewandt, wo mit Vereisungsgefahr irgendwelcher Art gerechnet werden muß. Es klingt daher zunächst verwunderlich, daß man hier ausgerechnet unter einem Gletscher einen Saugheber angeordnet hat. Entsprechende Untersuchungen haben aber ergeben, daß schon von etwa 30 m Abstand von der Außenseite ab die Lufttemperatur unter dem Gletscher überall 0° ist und daß das Gletscherwasser unter dem Gletscher niemals gefriert. Im Sommer erwärmt sich die Lufttemperatur sogar auf 2° C und diejenige des Gletscherwassers auf 0,5° C. [Nach Schweiz. Bauzeitung 66 (1948) S. 684 und Le Génie Civil 125 (1948) S. 385.]

F. Tölke, Karlsruhe.

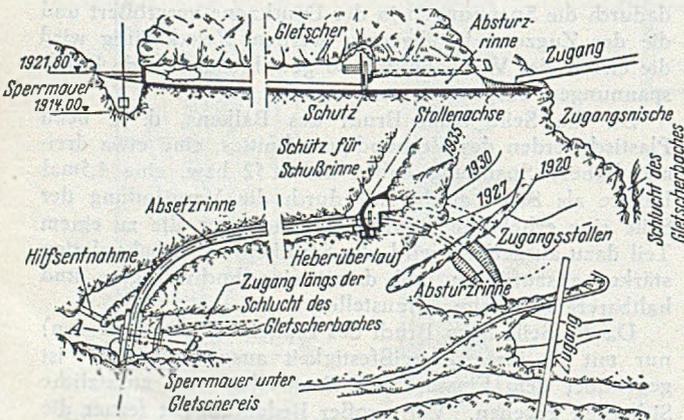


Abb. 3.

einer für die Hochalpen einzigartigen Weise zu 70 % in der Girotte-Talsperre mit 50 Mio. m³ Nutzinhalt konzentriert, womit praktisch allen Ansprüchen der Stromentnahme Rechnung getragen werden kann (Abb. 1). Über die Gewölbereihenstaumauer am Girotte-See wurde bereits berichtet (vgl. Bauingenieur 24 (1949) S. 316).

Vierendeel-Träger bei d'Hérentals.

Es ist bekannt, daß in Belgien, insbesondere über den Albert-Kanal, zahlreiche Brücken mit Vierendeel-Trägern vorhanden waren, die zum größten Teil dem Kriege zum Opfer gefallen sind. Über die belgischen Vierendeel-

feld IV—V dargestellt sind. Der Steg 568.12 der Pfosten läuft über die ganze Pfostenhöhe durch. Abb. 3 zeigt einen der Obergurtnoten mit dem sorgfältig versteiften Pfosten V, dem zugehörigen Querrahmen und dem Anschluß des oberen Windverbandes. Man beachte besonders die Konstruktion im Endfeld des Hauptträgers, wo die beiden Gurtungen zusammenfließen, so daß man nicht mehr von „Stäben“ reden kann.

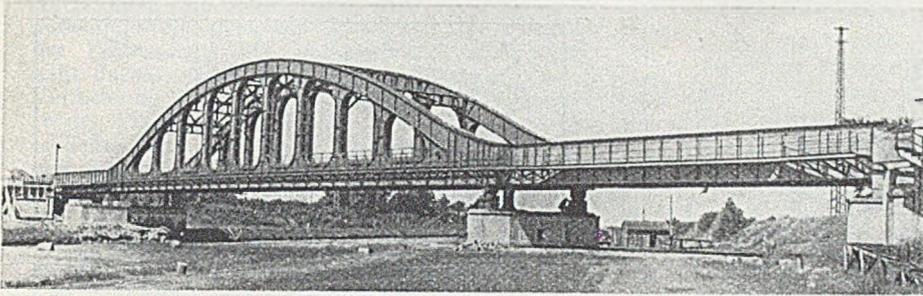


Abb. 1. Gesamtübersicht der neuen Eisenbahnbrücke über den Albert-Kanal bei d'Hérentals.

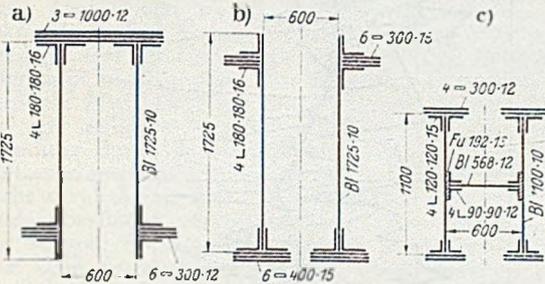


Abb. 2. Stabquerschnitte in Brückenmitte.
a) Obergurt, b) Untergurt, c) Pfosten.

Brücken ist in dieser Zeitschrift wiederholt berichtet worden, man vgl. Ihlburg: Bauingenieur 15 (1934) S. 308 und Bauingenieur 18 (1937) S. 521, Schleicher: Bauingenieur 19 (1938) S. 334 sowie Rasberger: Bauingenieur 22 (1941) S. 288. Ausführliche Veröffentlichungen findet man vor allem in L'Ossature Métallique 1934 und 1936. Über die Berechnung der Rahmenträger vgl. man Vierendeel: Cours de Stabilité.

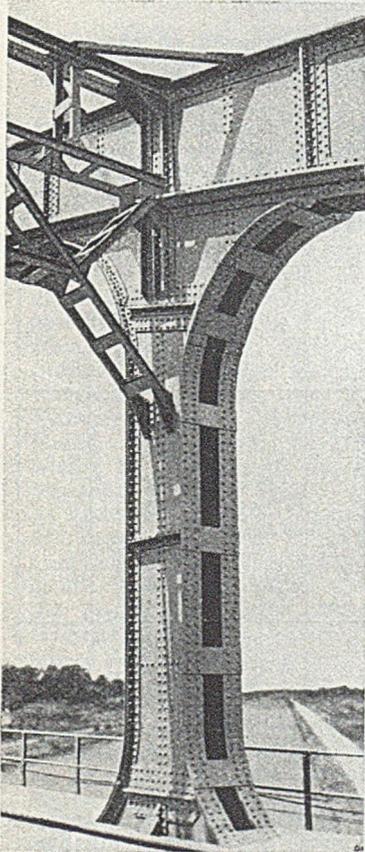


Abb. 3. Pfosten des Vierendeel-Trägers mit Obergurtnoten, Querrahmen und Anschluß des oberen Windverbandes

Eines der bemerkenswertesten Ersatzbauwerke ist die neue zweigleisige Eisenbahnbrücke über den Albert-Kanal bei d'Hérentals, deren Mittelöffnung 89,54 m Stützweite besitzt, während die beiden Nebenöffnungen je 33,20 m Stützweite haben. Die Abb. 1 zeigt eine Ansicht des fertigen Bauwerkes.

Der Obergurt des Vierendeel-Trägers folgt einer Parabel mit 12,80 m Pfeil ($\frac{1}{7}$ der Stützweite). Die Feldweite des Hauptträgers ist 8,14 m. Die durch Biegemomente wechselnden Vorzeichens belasteten Gurte des Vierendeel-Trägers bestehen aus zweiwandigen Querschnitten, wie sie in Abb. 2 für das Hauptträger-

Der Bogengurt weist 5 und der Untergurt 6 Montagestöße auf. Die Endstücke wogen 38 t, bei einer Länge von rd. 22 m. Es mußten etwa 45 000 Montageniete geschlagen werden.

Die Schwellen der Eisenbahngleise liegen unmittelbar auf den Längsträgern. Der Fahrplanrost ist deshalb besonders steif ausgebildet worden. Die außergewöhnlich große zur Verfügung stehende Bauhöhe

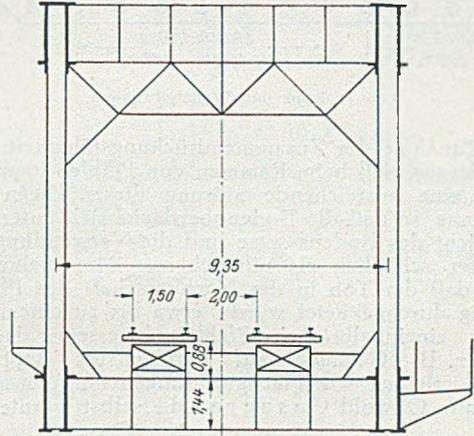


Abb. 4. Querschnitt der neuen Brücke.

machte es möglich, die Längsträger auf die Querträger zu setzen, vgl. den Brückenquerschnitt Abb. 4. Die Querträger haben ein Stegblech 1440.15, die Längsträger ein solches von 880.10.

Das Gesamtgewicht der rund 160 m langen Eisenbahnbrücke beträgt 1228 t, davon 114 t für die Auflager. Auf die überdeckte Grundfläche (ohne die von den Fußwegen überdeckte Fläche) bezogen, entspricht dem ein Stahlgewicht von 1070 kg/m². (Nach L'Ossature Métallique 13 (1948) S. 523—528.) Ferd. Schleicher, Düsseldorf.

Wirkung der Rammung von Pfählen in weichen Ton.

Zusammenfassung: Der Bericht beschreibt die Ergebnisse von Versuchen, die gemacht wurden, um die Ausdehnung von Störungen festzustellen, die beim Rammen von Pfählen in eine weiche glaciale Seetonablagerung in Detroit (Mich.) entstanden. Die Ergebnisse zeigen, daß die natürliche Struktur des Tons nahe an den Pfählen merklich gestört wurde, daß aber das Maß der Störung auch nicht annähernd einem völligen Durchkneten im Laboratorium gleichkommt. In einem Abstand von etwa dem doppelten Pfahldurchmesser war der Ton innerhalb einer Pfahlgruppe nur geringfügig gestört. Der durch die Störung eingeleitete Vorgang der Konsolidierung war nicht so stark, daß er eine Setzung der Bodenoberfläche verursacht hätte.

Einleitung: Der Bericht gibt einen Rückblick bis 1932. Damals veröffentlichte A. Casagrande seinen Aufsatz „The Structure of Clay and Its Importance in Foundation Engineering“ in Journal Boston Soc. of Civ.

Engrs., April 1932, und wies darauf hin, daß gewisse Tonarten, z. B. in der Nähe von Boston, eine wesentlich größere Zusammendrückung erfahren, wenn sie gestört, d. h. durchgeknetet werden. Die Zusammendrückungsversuche an solchen gänzlich durchgekneteten Tonproben aus dem St. Lorenz-Strom-Tal zeigten zum erstenmal die

Ein Teil der Bohrungen wurde drei Wochen nach dem Rammen (der Einfachheit halber = 1 Monat gesetzt), andere elf Monate nach dem Rammen gemacht. Eine Bohrung lag direkt am Pfahlmantel, die anderen mitten zwischen den Pfahlgruppen. Es bedeutet A die erste Bohrung, P1 und P11 die Bohrungen nach etwa einem

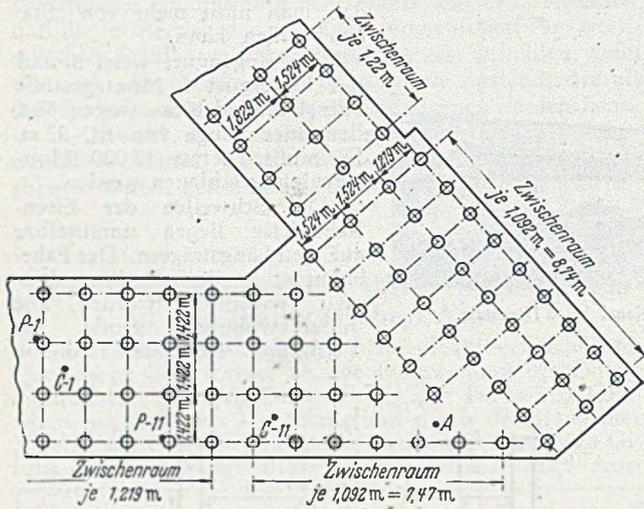


Abb. 1. Lage der Probebohrungen.

größere Zunahme der Zusammendrückungsfähigkeit. Man folgerte daraus, daß beim Rammen von Pfählen in weiche Tonlagen eine ausreichende Störung dieser Lagen entstehen könne, so daß die Bodenoberfläche sich unter dem Eigengewicht des Bodens setze und die Verwendung der Pfähle eher schädlich als nützlich sei. Man nahm damals an, daß der Ton in der Nachbarschaft des Pfahles vollständig durchgeknetet würde, etwa bis zu einem Abstand des einhalbfachen Pfahldurchmessers; dadurch könnten z. B. Gebäude auf Pfählen die doppelten Setzungen erleiden wie Flachgründungen auf demselben Untergrund. Obwohl C a s a g r a n d e selbst warnte und

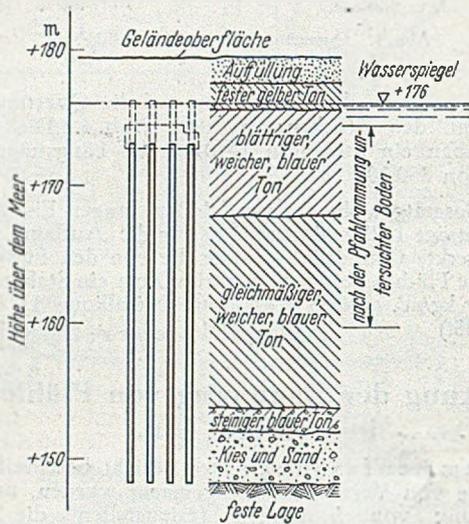


Abb. 2. Bodenquerschnitt in der Nähe der Pfähle.

riert, ausführlichere Versuche abzuwarten, wurden seine vorläufigen Schlüsse weitgehend hingenommen. Einige Ingenieure glauben sogar, daß Rammen in weichem Ton immer schädlich sei und vermieden werden müsse.

Nun bot ein Bauvorhaben Gelegenheit, meßbare Aufschlüsse über die knetende Wirkung des Pfahlrammens zu bekommen. Abb. 1 zeigt den Grundriß des Fundamentes eines Verbindungsbauwerks, die Pfahlstellungen und die Angabe der Probebohrungen (A, P1, P11, C1, C11). Vor dem Rammen wurden Wassergehalt und Atterberg'sche Grenzen der Bohrproben festgestellt. Nach dem Rammen wurden an Proben aus den zusätzlichen Bohrungen dieselben Eigenschaften bestimmt.

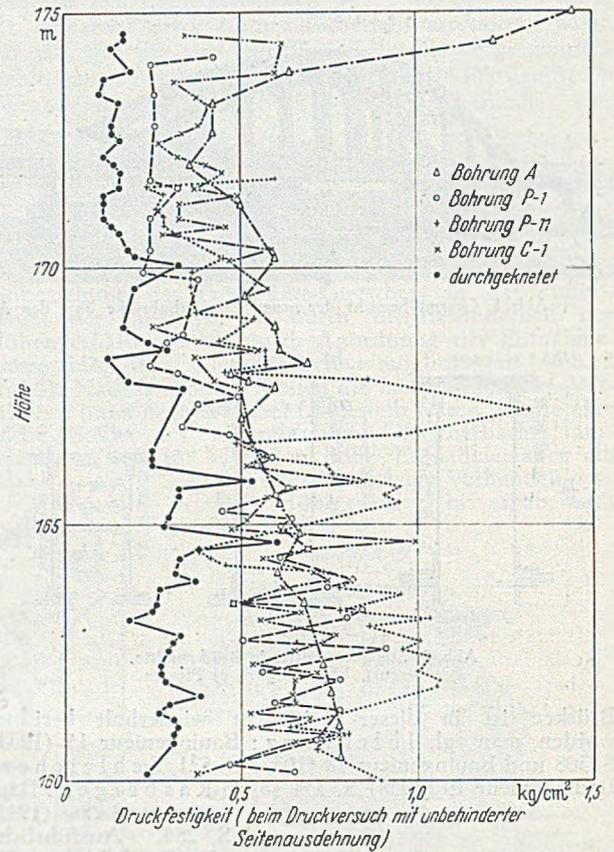


Abb. 3. Ergebnisse von Druckuntersuchungen mit unbehinderter Seitenausdehnung an Proben aus verschiedenen Probebohrungen, ungestört und völlig durchgeknetet.

Monat und 11 Monaten, C1 und C11, die mitten zwischen den Pfählen. Abb. 2 gibt einen Querschnitt des Geländes. Der Abstand der Pfähle betrug etwa 1,2 bis 1,6 m. Die Pfähle hatten einen Durchmesser von 25 cm an der Spitze und 40 cm am Kopf. Beim Rammen

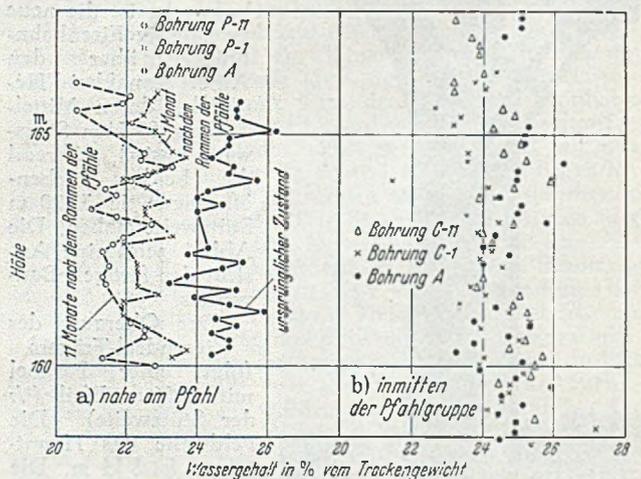


Abb. 4. Natürlicher Wassergehalt der Proben aus verschiedenen Probebohrungen.

hob sich der Boden um etwa 60 cm. Die Probeentnahme und die von den Bohrkernen gemachten Aufnahmen werden in dem Bericht ausführlich beschrieben. Wesentlich ist nur, daß die Proben dabei wenig gestört wurden und sogar die blättrige Struktur der einzelnen Schichten

bis auf eine ganz schmale Randzone erhalten blieb. Bei Druckversuchen mit unbehinderter Seitenausdehnung ergab sich, daß ungestörte Proben etwa die achtfache Last trugen wie nach der Durchknetung. Die Lagen in größerer Tiefe (der gleichmäßige weiche blaue Ton) waren weniger empfindlich gegen Störung. Abb. 3 und 4 zeigen übersichtlich das Ergebnis der Versuche durch Aufzeichnen der Auswertung eines Druckversuches mit unbehinderter Seitenausdehnung und des Wassergehaltes der Proben aus den verschiedenen Bohrungen. Man sieht daraus, daß durch das Pfählerammen eine gewisse Verdichtung eingeleitet wurde. Der Wassergehalt dicht an den Pfählen nahm mit der Zeit ab. Daraus muß man schließen, daß das Wasser aus der gestörten Zone langsam wegsickerte; vermutlich bewegte sich das Wasser horizontal von der Störungzone am Pfahl zu der größeren ungestörten Bodenmasse zwischen den Pfählen hin.

Als Ergebnis der Versuche wurde etwa folgendes festgestellt: Auf dem untersuchten Gelände hatte das Rammen der Pfähle nicht die schädliche Wirkung, die auf Grund der Versuche an ungestörten und durchgekneteten Proben und der Theorien der Verdichtung vorausgesagt war. Der Boden am Pfahl war nicht gänzlich durchgeknetet, sondern konnte höchstens „halbgestört“ genannt werden. Der Boden mitten zwischen den Pfählen war überhaupt nicht gestört. Die Rammung löste auch keine vertikale Fließbewegung des Porenwassers aus, sondern nur ein seitliches Wegsickern. Wenn also die Brücken Gründung durch Reibungspfähle statt durch Pfähle mit Spitzenwiderstand getragen worden wäre, brauchte man nicht anzunehmen, daß die Verdichtung eine Setzung der Bodenoberfläche verursacht hätte. Die Annahme, daß die Setzung infolge der vertikalen Wasserbewegung aus dem Ton fortschreiten könnte, wurde nicht bestätigt. Deshalb ist es auch zweifelhaft, ob der störende Einfluß der Pfahlrammung selbst bei Reibungspfählen im Ton schädlich wäre. Es ist im Gegenteil wahrscheinlich, daß die Pfähle günstig wirken. Auf jeden Fall ist die Stö-

rungszone beschränkt auf wenige Zentimeter in der Nähe des Pfahles, und die Hauptmasse des Tones bleibt augenscheinlich ungestört. Außerdem wirkte die Veränderung der Bodenstruktur offensichtlich festigkeitserhöhend auf den Ton, und ein Teil der vorübergehenden Verminderung erholte sich mit der Zeit. Schließlich beobachtete man keine allgemeine Feuchtigkeitszunahme in der gesamten Tonmasse.

Für die Praxis ist es wichtig, daß wir durch diese ernsthafte Nachprüfung einer an sich interessanten und damals epochemachenden Erscheinung der gerechten Einschätzung dieser Einflüsse nähergekommen sind, wobei vor allem festgehalten werden muß, daß solche Baustellenversuche trotz der Systematik des Vorgehens in erster Linie örtliche Bedeutung haben, weil sie je nach Bodenart sehr verschiedene Ergebnisse bringen können. In allen Fällen, in denen die tonigen Ablagerungen sandiger, durchlässiger oder durch Zwischenlagerung dünner Sandschichten voneinander getrennt sind, liegen die Verhältnisse noch günstiger, so daß die störende und Setzungen auslösende Wirkung der Pfahlrammung wohl in jedem Fall nachgeprüft, aber auch nie überschätzt werden darf.

[Nach A. E. Cummings, G. O. Kerckhoff und R. B. Peck: „Effect of Driving Piles into soft Clay“, in Prot. Amer. Soc. Civil Engineers 74 (1948) Nr. 10, S. 1553—63.]

W. Loos, Karlsruhe.

Druckfehlerberichtigung.

Zu dem Aufsatz K. Hoenig: Berechnung versteifter Hängebrücken, Bauingenieur 24 (1949) Heft 10. Auf S. 294 muß es richtig heißen

in Gl. (3b) $\mathcal{E} \sin(L/2 + \xi) \omega$ statt $\mathcal{E} \sin(L/2 - \xi) \omega$,
in Gl. (4f) $(L/2 - \xi)$ statt $(L - \xi)$.

100 Jahre Holzmann.

Anlässlich des 100jährigen Bestehens erschien eine vorzüglich ausgestattete Festschrift (Philipp Holzmann AG. im Wandel von hundert Jahren, 1849—1949. Bearbeitet und herausgegeben von Dr.-Ing. H. Meyer-Heinrich. 414 S., Gr. 20×27,5 cm, mit 236 Abb. und 10 Buntbildern). Nicht die übliche Festschrift, wie wir sie von ähnlichen Anlässen gewöhnt sind: Des planenden Architekten oder Ingenieurs wird zwar bei den Ingenieurbauwerken häufig gedacht, doch nicht sehr oft finden die ausführenden Unternehmer eine gerechte Würdigung und selten deren Mitarbeiter. Das Holzmann-Buch nennt nun unzählige Techniker und Kaufleute, nicht nur die führenden Männer, sondern Mitarbeiter aller Grade. Viele Namen kehren oftmals wieder, so daß man die Laufbahn des einzelnen verfolgen kann.

Ende 1849 gründete Johann Philipp Holzmann (Abb. 1) eine Bauunternehmung, die seinen Namen einst in alle Welt tragen sollte. 1865 traten die beiden Söhne Joh. Philipp und Wilhelm, denen der Vater eine sorgfältige Ausbildung hatte zuteil werden lassen, in das Baugeschäft ein. Joh. Phil. Holzmann d. J. gab das Gesetz des Hauses „Stets das Ausgezeichnetste und möglichst Vollkommene zu leisten“. Es würde hier zu weit führen, auf die verschiedenen Gesellschaftsformen einzugehen, die schließlich zur heutigen Aktiengesellschaft führten.

Das Holzmann-Buch gibt viele wertvolle Beiträge zur Geschichte der Bautechnik. Es schildert die Anfänge des

jungen Unternehmens bei Eisenbahnbauten in der Umgebung von Frankfurt/M. Wir erleben die Entwicklung von der primitiven Erdarbeit zur modernen, mechanisierten Baustelle. Die Bilder von repräsentativen Hochbauten geben einen umfangreichen Ausschnitt der neueren deutschen Baugeschichte und die Brückenbilder die Anfänge des modernen deutschen Brückenbaus.

1867 begann die Ausführung der Frankfurter Kanalisation; Kanalisation und Wasserversorgung überwinden einen Zustand der deutschen Städte, den wir uns heute kaum mehr vorstellen können. Das Jahr 1871 verzeichnet die Übernahme der Untereinbrücke in Frankfurt/M. Die Druckluftgründung begegnet uns 1877 beim Bau der Weiststeinbrücke in Basel und 1882 bei der Straßenbrücke über den Rhein bei Mainz.

Für die Zeit von 1895 bis 1917 werden 41 große Strom- und Flußbrücken erwähnt, darunter allein 7 Rheinbrücken. Die Pfeiler dieser Brücken wurden mit allen bekannten Gründungsarten hergestellt, in 82 Fällen mittels Druckluftgründung.

Die Arbeiten am Nord-Ostsee-Kanal ab 1889 führten zu einem großen Gerätepark, der dann für die weitere Betätigung der Unternehmung ausschlaggebend wurde. Es folgten

große Baggerungen für die Weichselregulierung usw. Erwähnt sei der Bau des Spreetunnels in Berlin-Treptow, erstmals unter Verwendung eines Vortriebsschildes mit Preßluft (1894). Zu den bedeutendsten Leistungen auf dem Gebiete des Tiefbaus gehört der

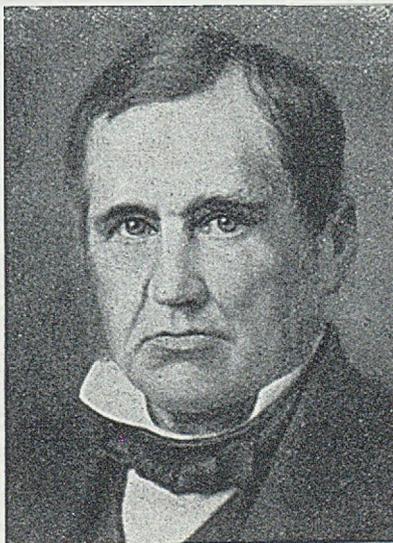


Abb. 1. Joh. Philipp Holzmann, 1805—1870.

Elbtunnel in Hamburg, ebenfalls erbaut als Unterwassertunnel mit Schildvortrieb und Preßluft (1907). Ein großes Betätigungsfeld brachte der Ausbau der deutschen Wasserstraßen sowie der Bau der Talsperren, Hafengebäuden mit Kaianlagen, Schleusen und Trockendocks.

Eine große Bedeutung für das Unternehmen hatte immer der Hochbau, der sich zugleich als unerschöpfliche Quelle für alle Arten von Bauhandwerkern erwies. Schon frühzeitig wurde auch eine Reihe eigener Fabrikations-

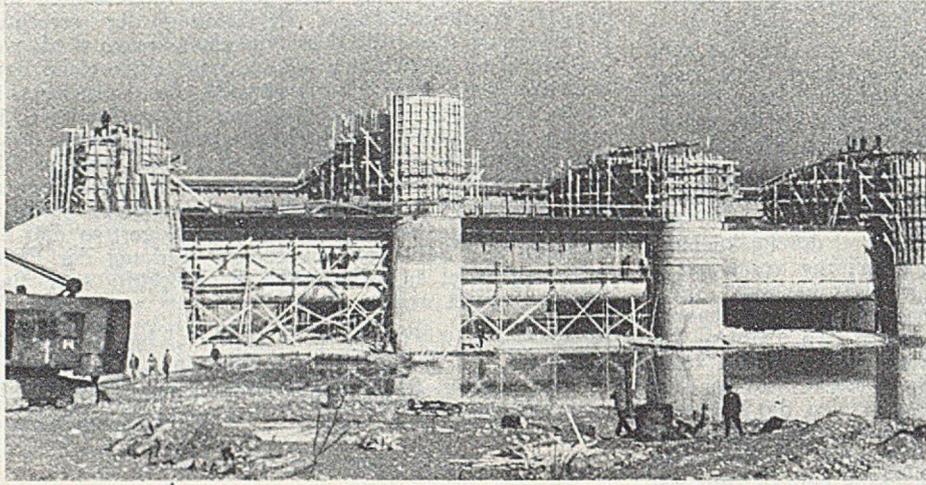


Abb. 2. Ennskraftwerk Staning.

betriebe angegliedert, wie Ziegeleien, Holzschneidereien, Steinbrüche usw. Auf dem Gebiete des Ingenieurhochbaus und Wohnungsbaus wurde der Stahlbeton immer wichtiger.

Besonders lehrreich ist es, die Entwicklung von Baumethoden und Baumaschinen zu verfolgen. Um die Jahrhundertwende begegnen wir der ersten Betonmischmaschine; etwa gleichzeitig werden die ersten Betonbrücken unter Eisenbahngleisen erbaut, wurden die Stahlpundwand und der Löffelbagger eingeführt. Die Taucherglocke wurde in größten Abmessungen angewendet. Daneben traten die Grundwasserabsenkung, die Verwendung von Seilkranen zur Förderung des Erdaushubs usw. Erwähnt sind die Einführung und Weiterentwicklung des Franki-Pfahles und des gleislosen Betriebes im Erdbau, des Gießturmes und des Pumpbetons und schließlich die Stahlbetonkonstruktionen aus Fertigteilen.

Das Buch erinnert an die Teilung von Bauaufträgen und deren Übernahme durch mehrere Firmen in Arbeitsgemeinschaft (etwa von 1926 ab).

Von 1933 ab gewann der Straßenbau größte Bedeutung (Alpenstraße, Autobahnen), was mit erheblichen Wandlungen im Erdbau verbunden war. Auch die Herstellung der Betonfahrbahndecken brachte viel Neues. Kaum zu übersehen sind die Brückenbauten, die in diesem Zusammenhange erstellt wurden, und die u. a. eine Wiederbelebung des Werksteinbaus zur Folge hatten.

Mit dem Bau des Westwalls begannen jene Maßnahmen, die allmählich zu immer schwereren Eingriffen in die Freiheit der Bauunternehmungen wie des einzelnen führten; bedeuteten die „Einsätze“ des Jahres 1938 doch die erste Stufe der kommenden Kriegswirtschaft.

Der große Umfang des Geschäftes im Ausland veranlaßte die Gründung zahlreicher Tochtergesellschaften von Holzmann in vier Erdteilen, die Werte für weit über 1 Milliarde Goldmark geschaffen haben. Den Arbeiten an der Bagdadbahn, Hochbauten und Bewässerungsanlagen in der Türkei folgten Bauten in den anderen Staaten des Orients, in Deutsch-Ostafrika usw. Lesenswert ist es hier zu verfolgen, wie die Baumethoden von den äußeren Einflüssen bestimmt und wie Klima, Lebensbedingungen und Gesundheitsverhältnisse ausschlaggebend wurden, wie z. B. die schwarzen Arbeiter in Deutsch-Ostafrika sonderbarerweise nicht an den Schubkarren zu gewöhnen waren, sondern es vorzogen, den Erdboden in Körben auf dem Kopf zu tragen. Eine besondere Blüte erreichte das Baugeschäft in Südamerika (Hafenbauten, Hochhäuser, Wasserkraftwerk Rio Negro).

Ein besonderes Kapitel des Buches ist dem Kaufmann gewidmet, dessen Mitarbeit nach außen hin gewöhnlich noch weniger in Erscheinung tritt als die des Technikers. Ausführungen über die innere Organisation der Firma, die

Finanzierung sowie die Verwaltung von Baugeräten und Baustoffen gestalten die Lektüre des Buches ungemein anregend.

Die Schilderungen des Schlußkapitels über die Lage nach dem Zusammenbruch dürften für die meisten Baufirmen in ähnlicher Weise gelten. Es ist bemerkenswert, daß die Verluste von H. durch die eigentlichen Kriegs-

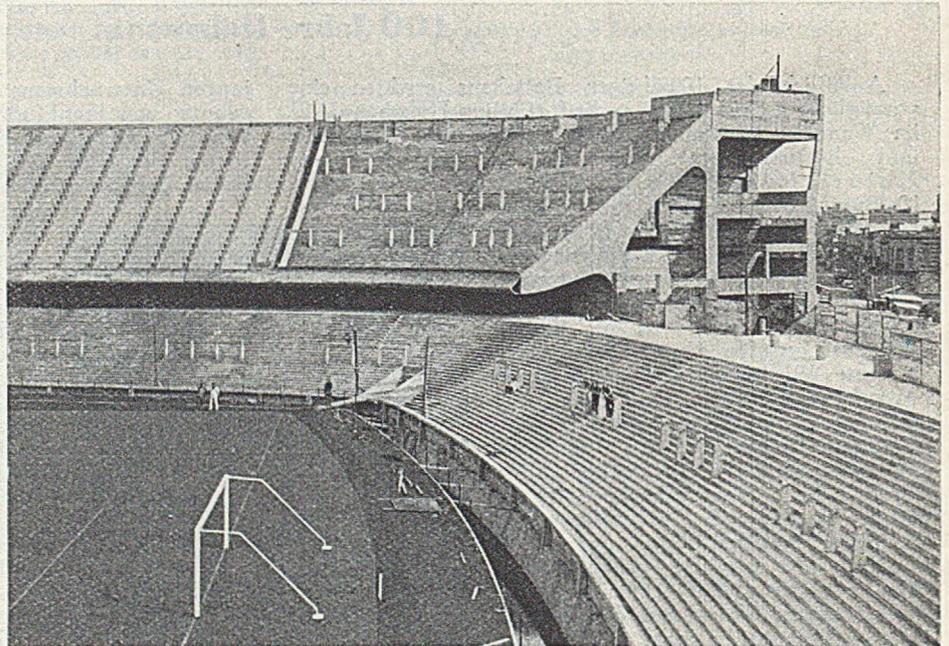


Abb. 3. Stadion Buenos Aires.

handlungen geringer sind als die durch die Enteignungen der Nachkriegszeit und die Beschlagnahme des Auslandsbesitzes.

„Diejenigen, die dieses Buch zur Hand nehmen, finden darin Erinnerungen an eine stolze Vergangenheit, den Niederschlag einer harten Gegenwart und die Hoffnung auf die Zukunft“ (H. J. Abs im Vorwort). Die Bauwelt wird der Philipp Holzmann AG. für diese Festschrift dankbar sein.

F. Schleicher, Düsseldorf.

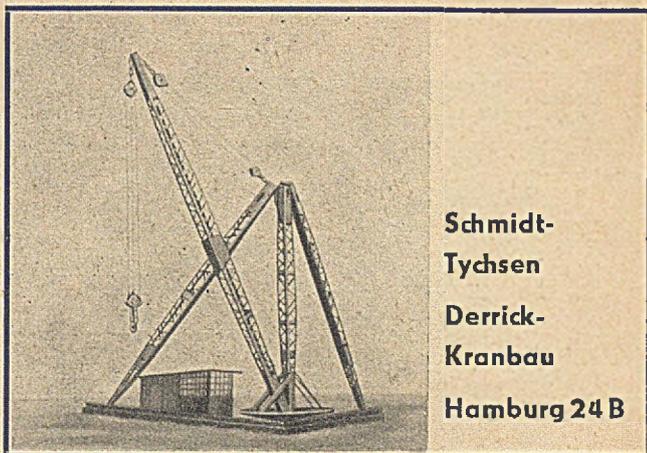
Stahlbauingenieur

30-40 Jahre, der flott konstruieren kann und in der Lage ist, selbst größere Aufträge zu bearbeiten, wird von westdeutscher Stahlbaufirma gesucht. Bei gut. Leist. Dauerstellg.

Bewerbungen mit Lichtbild, Lebenslauf und Zeugnisabschriften erb. unter **Bau 107** an den Springer-Verlag, Berlin W 35, Anz.-Abt.

Erfahrener Konstrukteur und sicherer Statiker

insbesondere für Stahlbetonarbeiten (Diplom-Ing.), von Bauunternehmung einer norddeutschen Großstadt gesucht. Bewerbungen mit ausführlichem Lebenslauf und Nachweis bisheriger Tätigkeit unter Angabe der Gehaltsansprüche erbeten unter **Bau 108** an den Springer-Verlag, Anzeigen-Abteilung, Berlin W 35.



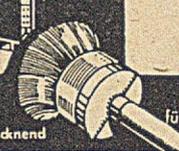
Schmidt-
Tychsen
Derrick-
Kranbau
Hamburg 24 B

Wir fertigen an:

für den Bergbau Schienen-Nägel
für das Baugewerbe Rohrhaken, Bankeisen,
Krampen, Fenstereisen, Mauerhaken.

Erforderliche Materialgestellung: Schmiedbares Rund- oder Vierkanteisen (auch Abfälle) 6-14 mm Ø

FR. RUFUS LUCK, Inh.: Erich Rothämel, (15a) Steinbach-Hallenbg. (Thür.)



FIXIF

Bitumen - Schutzanstriche
für BETON · EISEN · DACHPAPPE

wasserdicht
säurebeständig
kalt streichbar
elastisch · schnelltrocknend

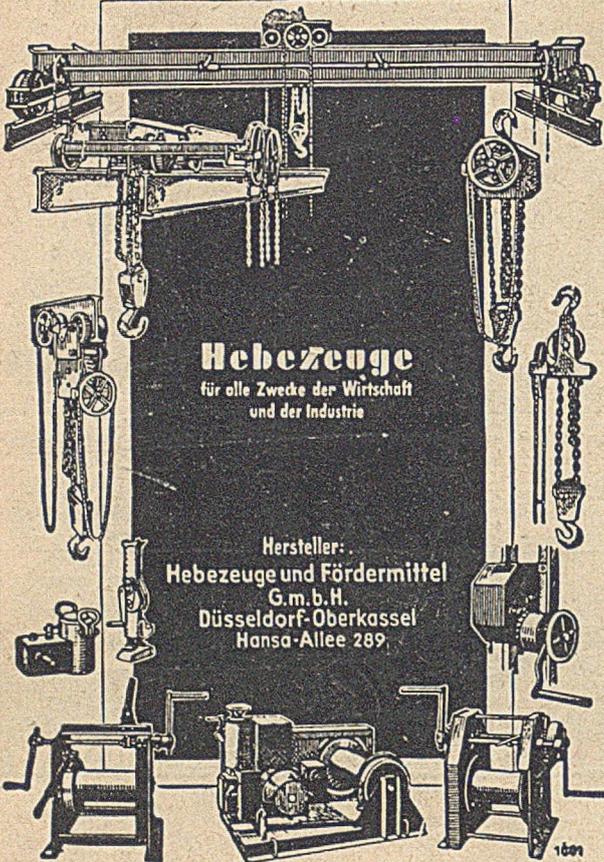
WUNNERSCHE BITUMENWERKE G.M.B.H. UNNA L.W.

Isolierung von Ingenieurbauten gegen Tages- und Grundwasser durch

HeKu-METALLBAND-ABDICHTUNGEN



VDM-HALBZEUGWERKE G.M.B.H.
ABT. BAUWESEN FRANKFURT (M) - HEDDERNHEIM



Hebezeuge
für alle Zwecke der Wirtschaft
und der Industrie

Hersteller:
Hebezeuge und Fördermittel
G.m.b.H.
Düsseldorf-Oberkassel
Hansa-Allee 289

1671

PFAHL-GRÜNDUNG*System Brechtel*

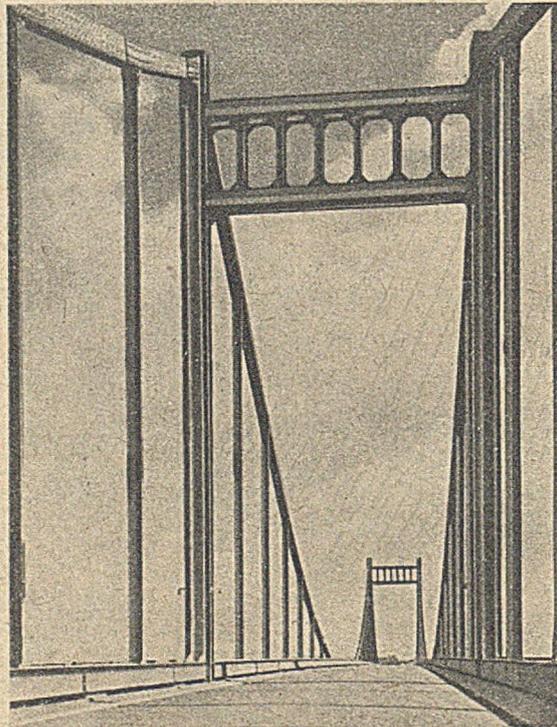
JOHANNES BRECHTEL · LUDWIGSHAFEN a. RHEIN
Telefon Nr. 2828/29 · Telegr.-Adr.: Bohrbrechtel-Ludwigshafenrheim

Zweigbüro: München 23, Birkenfeldstraße 4
Telefon Nr. 33 252

**RHEINBRÜCKE
KREFELD-ÜRDINGEN**

Ausführung
in Arbeitsgemeinschaft

Entwurf
Herstellung
Montage

**STAHL-**

BRÜCKEN ·
HOCHBAUTEN ·
WEHRANLAGEN
UND SCHLEUSEN ·
WEICHEN UND
KREUZUNGEN ·
IBAG-BETONMISCHER
STAHL-FENSTER
UND -ZARGEN ·
TRANSPORT-, VERLADE-
UND KRANANLAGEN
TANKS · BEHÄLTER ·
APPARATE ·
SPEZIAL-GROSS-
ROHRLEITUNGEN ·
KONSTRUKTIONEN
FÜR BERGBAU, VER-
KEHR UND INDUSTRIE

DORTMUNDER UNION BRÜCKENBAU-
AKTIENGESELLSCHAFT