

Barbara PESZKO, Maria SZYMAŃSKA-CZAJA  
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

## BADANIE WPŁYWU KSZTAŁTU ZIARNA NA WYNIKI ANALIZY GRANULOMETRYCZNEJ

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono wyniki rozważań uzyskane podczas badań nad unifikacją wyników analiz granulometrycznych wybranych materiałów uzyskanych różnymi metodami (sitową, sedymentacyjną i mikroskopową).

### THE INVESTIGATION OF THE GRAIN SHAPE'S INFLUENCE ON RESULTS OF GRAIN SIZE ANALYSIS

**Summary.** The paper consists of some of the results obtained in the continuation of the works on the ways of unification of the results of the granular analyses of fine grain materials, conducted using various methods. There were emphasized the correlation depended between the values of the granular characteristics of the selected materials. These materials constituted the finest class of the sieve analysis. The granular composition was determined by the sedimentation, microscopic and sieve analysis.

## 1. Wprowadzenie

Wyniki analiz składu ziarnowego tego samego materiału otrzymywane za pomocą różnych metod są różne. Istnieje kilka podstawowych metod ilościowego oznaczania składu ziarnowego materiałów sypkich. Duża różnorodność metod i przyrządów do analizy tych właściwości powoduje różnicę w otrzymywanych wynikach. Zauważmy, że wyniki pomiarów składu ziarnowego tego samego materiału otrzymywane przy użyciu różnych metod pomiarowych, czy nawet tej samej metody, a za pomocą urządzeń, których konstrukcje różnią się między sobą, nie są identyczne. Różnice te wynikają nie tylko z błędów typowych dla danej metody, które przy dokładnym wykonaniu mogą być pomijalne, ale z różnicy interpretacji pojęć podstawowych: wielkości ziarna, przyjętych jako wyjściowe w danej metodzie. Wobec różnorodności metod pomiarowych słuszne wydaje się szukanie

jednoznacznych, wszechstronnie uwarunkowanych i uzasadnionych związków ilościowych pomiędzy składem ziarnowym, kształtem ziarna, a także powierzchnią. Wymaga to jednak dokładnego rozpoznania wzajemnych związków pomiędzy wielkością ziarna, jego kształtem i powierzchnią. Związki te będą różne dla poszczególnych materiałów, co związane jest z charakterem powierzchni, różnorodnym kształtem ziaren. Możliwe jest, jak podano [Szymańska-Czaja 2000], ilościowe określenie w wąskich, jak i szerokich klasach materiałów drobno uziarnionych, związków pomiędzy powierzchnią właściwą, składem ziarnowym i kształtem.

## 2. Założenia metodyki badań

Wielkości ziaren określone różnymi wzorami lub metodami pomiarowymi są związane ze sobą pewnymi zależnościami wynikającymi z różnic w ich określeniu lub z obliczeń statystycznych, których postaci nie są znane.

W celu uporządkowania zasad przeliczania jednych wyników analiz na drugie przyjęto zasadę klasyfikacji metod określania wielkości ziaren na związane ze sobą liniowo i nieliniowo [Peszko 2001].

Za metody związane ze sobą liniowo uznano te, które utrzymują ten sam typ rozkładu wielkości ziaren. Oparte jest to na znanym wyniku z rachunku prawdopodobieństwa, który mówi, że rozkład zmiennych losowych powiązanych liniowo pozostaje niezmienny.

W przypadku potwierdzenia zgodności rozkładów można przejść z jednych wielkości ziaren (metody A) na drugie (metodą B) za pomocą wzorów określających stwierdzony rozkład lub poprzez proste równanie regresji liniowej, a jednym z parametrów tego równania będzie wyznaczony współczynnik kształtu ziarna.

Jeżeli rozkłady uzyskiwane dla danego materiału różnymi metodami pomiarowymi są niezgodne, to proponuje się jako metodę ogólną i przybliżoną metodę regresji nieliniowej, gdzie stopień stosowanego wielomianu powinien być wynikiem analizy zachowania się ziaren podczas wykonywania pomiarów rozważanymi metodami; również parametrem tego równania powinien być współczynnik kształtu ziarna.

### 3. Opis prac eksperymentalnych

W celu wykazania zależności wpływu kształtu ziarna na wyniki analizy składu ziarnowego i w dalszej kolejności wpływu na wartości korelacyjne pomiędzy wynikami różnych metod analizy granulometrycznej wytypowano dwa jednorodne materiały, różniące się charakterem powierzchni: piasek kwarcowy i szkło. Materiały te były rozdrabniane w kruszarce walcowej do wielkości ziaren poniżej 0,2 mm, potem mielone w młynku porcelanowym, a następnie rozsiano je na wąskie klasy ziarnowe na sitach o otworach: 125, 90, 71, 63, 50, 40, 32 i 25  $\mu\text{m}$ . Dla tak przygotowanych materiałów wykonano oznaczenia składów ziarnowych metodą sitową, sedimentacyjną przy użyciu wagi „Sartorius” i metodą mikroskopową oraz komplet oznaczeń pomocniczych. Przeprowadzono również pomiary wytypowanego z wielu współczynnika kształtu Wadella (kulistość) oraz wielkości zastępczej ziarna  $d_z$ . Pomiary współczynnika kształtu i wielkości zastępczej ziarna zostały wykonane w każdej wąskiej klasie ziarnowej.

Ilościowe określenie kształtu ziarna mineralnego jest w wielu przypadkach niezbędne, ale nie ma jak dotychczas jednoznacznej metody określania i wyznaczania tej wielkości. Możemy wyróżnić metody opisowe i ilościowe określania kształtu. Metody opisowe są nieprecyzyjne, zależą bowiem od subiektywnego wrażenia osoby opisującej, która może przyjmować ziarno za płaskie, kostkowe, słupkowe, itp. Można też porównywać ziarno do kuli, prostopadłościanu czy innej bryły geometrycznej, co też jest oparte na ocenie subiektywnej. Istnieje dosyć duża liczba propozycji ilościowego określania kształtu ziaren nieregularnych i są to metody oparte na pomiarach wielkości ziaren za pomocą różnych metod, pomiarach ich powierzchni, a także objętości [Szymańska-Czaja 1994].

Do rozważań nad zależnością wpływu kształtu ziarna na wyniki analizy granulometrycznej postanowiono przyjąć współczynnik kształtu – kulistość. Kulistość jest wprost proporcjonalna do kwadratu średnicy zastępczej i odwrotnie proporcjonalna do powierzchni ziarna.

$$\varphi = \frac{\pi d_z^2}{S_z}$$

gdzie:

$d_z$  – średnica zastępcza ziarna, m,

$S_z$  – przeciętna powierzchnia 1 ziarna,  $\text{m}^2$ .

Zależność ta jest podana dla pojedynczego ziarna. Możemy z kolei przyjąć, że ziarna w bardzo wąskich klasach ziarnowych, zwłaszcza materiałów bardzo drobno uziarnionych, są zbliżone co do wielkości i kształtu, które są ich własnościami geometrycznymi pierwszego rzędu. Wyznaczenie średnicy zastępczej w wąskiej klasie bardzo drobnych materiałów jest bardzo zmułne i pracochłonne, a poniżej pewnej wielkości ziarn – wręcz niemożliwe. W wydzielonych klasach materiałów przyjętych do rozważań oznaczono przeciętne średnice zastępcze według wzoru:

$$d_z = \sqrt[3]{\frac{6Q}{\pi N \rho}}$$

gdzie:

Q – masa ziarn, kg ,

N – liczba ziarn w zbiorze,

$\rho$  – gęstość właściwa, kg/m<sup>3</sup>.

Znając średnice zastępcze w wąskich klasach ziarnowych, można przejść do obliczenia kulistości w oparciu o pomiary powierzchni właściwej w tych wąskich klasach ziarnowych. Po przekształceniach ostateczny wzór na współczynnik kulistości w wąskiej klasie otrzymuje postać [Szymańska-Czaja 1994]:

$$\varphi = \frac{6}{S \rho d_z}$$

gdzie:

S – powierzchnia właściwa zmierzona metodą Towarowa w wąskiej klasie badanego materiału, m<sup>2</sup>/kg.

Do rozważań jako metodę pomiaru powierzchni właściwej przyjęto metodę przepływową Towarowa.

#### 4. Wyniki badań i ich omówienie

Wyniki analiz ziarnowych otrzymano w postaci tablicy, w której dla określonej wielkości ziaren podane są ilości lub udziały masowe.

Dla dokładniejszego opisu składów ziarnowych zastosowano wzory aproksymacyjne. Aproksymację funkcji składu ziarnowego przeprowadzono z użyciem następujących rozkładów:

1. rozkładu Gaudina-Andrejewa-Schuhmanna,
2. rozkładu Rosina-Rammlera-Benetta.

Dla przyjętych aproksymant wyliczono parametry prostych aproksymujących dystrybuanty wielkości ziaren, w wymienionych układach funkcyjnych [Tumidajski 1993].

Jako kryterium dokładności aproksymacji za pomocą powyższych równań przyjęto wartości współczynnika korelacji  $\rho$ . Za najlepsze aproksymacje uznano te, które mają najwyższą wartość współczynnika korelacji. W tabelicy 1 przedstawiono parametry dystrybuant rozkładów stosowanych do aproksymacji badanych składów ziarnowych piasku kwarcowego i szkła.

Tabela 1

Zestawienie parametrów aproksymacji materiałów przyjętych do badań

Metoda pomiaru	MATERIAŁ			
	piasek kwarcowy		szkło mielone	
	Wzór			
	Gaudina-Andrejewa	Rosina-Rammlera-Benetta	Gaudina-Andrejewa	Rosina-Rammlera-Benetta
Analiza sedymentacyjna	$\Phi(d)=0,1953d^{0,7154}$ $\rho = 0,996$	$F(d)=e^{-\left(\frac{d}{31,6708}\right)^{0,9678}}$ $\rho = 0,989$		
Analiza mikroskopowa	$\Phi=1,99e10^{-5}d^{3,02}$ $\rho = 0,974$	$F(d)=e^{-\left(\frac{d}{251,18}\right)^{2,3999}}$ $\rho = 0,954$	$\Phi(d)=0,031d^{1,57}$ $\rho = 1$	$F(d)=e^{-\left(\frac{d}{353,86}\right)^{0,8}}$ $\rho = 0,604$
Analiza sitowa	$\Phi(d)=0,3477d^{1,1343}$ $\rho = 0,988$	$F(d)=e^{-\left(\frac{d}{99,76}\right)^{1,4561}}$ $\rho = 0,992$	$\Phi(d)=,9589d^{0,924}$ $\rho = 0,995$	$F(d)=e^{-\left(\frac{d}{107,022}\right)^{0,9}}$ $\rho = 0,855$

Można przyjąć, że wyniki składu ziarnowego obydwu materiałów najlepiej opisywane są rozkładem Gaudina-Andrejewa (najwyższa wartość współczynnika korelacji).

Analizując wyniki zawarte w tabelicy 1 pod kątem zgodności typu rozkładów wielkości ziaren uzyskiwanych różnymi metodami pomiarowymi, należy stwierdzić, że analiza sedymentacyjna i analiza sitowa wykazują te same typy rozkładów. Ta sytuacja pozwala na stwierdzenie, że zależność między wielkościami ziaren uzyskiwanych metodą sedymentacyjną i sitową jest liniowa.

W przypadku niezgodności rozkładów wyniki różnych analiz (metod pomiarowych) nie są związane liniowo i wtedy pozostaje do dyspozycji metoda regresji. Warto zwrócić uwagę, że na typ rozkładu ma wpływ granica odsiania badanego materiału, co jest związane ze zmianą kształtu ziaren [Sztaba 1992]. Wskazuje to na potrzebę uwzględnienia jako zmiennej niezależnej wielkości wyznaczonego współczynnika kształtu lub wyznaczonej wielkości zastępczej ziarna.

Analizując dalej, wydaje się, że wyniki uzyskiwane metodą mikroskopową są związane z pozostałymi nieliniowo.

W dalszej kolejności przystąpiono do określenia wartości współczynników kształtu Wadella oraz średnic zastępczych w wąskich klasach ziarnowych wytypowanych materiałów według podanej wcześniej procedury. Obliczone wyniki przedstawiono w tablicy 2 i 3.

Tablica 2

Wartości średnic zastępczych i współczynników kształtu dla szkła mielonego

Klasa ziarnowa	Średnica zastępcza	Współczynnik kształtu
25-32	28,28	0,535
32-40	35,77	0,591
40-50	44,72	0,638
50-63	56,12	0,635
63-71	66,88	0,625
71-90	79,80	0,574
90-125	106,00	0,528
+125	185,40	0,456

Tablica 3

Wartości średnic zastępczych i współczynników kształtu dla piasku kwarcowego

Klasa ziarnowa	Średnica zastępcza	Współczynnik kształtu
25-32	25,90	0,615
32-40	31,80	0,661
40-50	37,20	0,750
50-63	53,10	0,711
63-71	64,80	0,646
71-90	76,90	0,571
90-125	105,00	0,587
+125	142,00	0,498

Następnie wyznaczono dla piasku kwarcowego odpowiadające sobie wielkości ziaren wyznaczone w metodach mikroskopowej, sedymentacyjnej i sitowej. Wyznaczone wielkości przedstawiono w tablicy 4.

Tablica 4

Odpowiadające sobie wielkości ziaren piasku kwarcowego wyznaczone przez różne metody

Funkcja $\Phi(d)$	Wielkość ziarna mikroskopowa	Wielkość sitowa	Wielkość sedymentacyjna
100	164,31	147,16	243,16
90	158,68	134,07	209,69
80	152,62	120,84	177,69
70	146,03	107,42	147,29
60	138,77	93,77	118,59
50	130,65	79,85	91,78
40	121,36	65,59	67,07
30	110,35	50,89	44,76
20	96,50	35,60	25,32
15	87,75	27,62	16,89
10	76,74	19,32	9,55
5	61,02	10,48	3,61
0	0	0	0

Po dokładnej analizie wyników, przeprowadzonej obserwacji proponuje się szukanie zależności pomiędzy wielkościami ziaren w wąskich klasach ziarnowych. Dla metod, dla których zależność jest liniowa, proponuje się równanie regresji liniowej, czyli w naszym przypadku dla analizy sitowej i sedymentacyjnej. W każdej wąskiej klasie ziarnowej w równaniu należy uwzględnić wyznaczony współczynnik kształtu ziarna. To samo dotyczy metod, których zależność nie jest liniowa; w naszym przypadku jest to zależność między wielkością mikroskopową a pozostałymi. Wtedy proponuje się wyznaczenie zależności pomiędzy wielkościami ziaren metodą regresji nieliniowej z uwzględnieniem również w tych klasach współczynników kształtu. Prace i obliczenia w tym kierunku są kontynuowane w ZPKOŚIUO.

## 5. Wnioski końcowe

1. W przypadku potwierdzenia zgodności rozkładów można przejść z jednej wielkości ziaren (metody A) na drugie (metodą B) poprzez proste równanie regresji liniowej.

2. Jeżeli rozkłady uzyskiwane dla danego materiału różnymi metodami pomiarowymi są niezgodne, to pozostaje tylko jako metoda ogólna metoda regresji nieliniowej, gdzie w równaniu powinien być uwzględniony współczynnik kształtu ziarna, a stopień stosowanego wielomianu powinien być wynikiem analizy zachowania się ziaren podczas wykonywania pomiarów rozważanymi metodami.
3. Równania regresyjne można będzie bezpośrednio wykorzystywać do przeprowadzenia obliczeń unifikujących wyniki analiz otrzymanych dowolną spośród uwzględnianych w badaniach metod, z otrzymaniem również zunifikowanej charakterystyki ziarnowej dla jednej z wybranych metod.

## LITERATURA

1. Peszko B.: Korelacja wyników analiz ziarnowych uzyskanych różnymi metodami. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, t.17, Wyd. IGSMiE PAN Kraków 2001.
2. Sztaba K.: Problems of taking into account shapes of mineral grains in flow classification. First international conference on modern process mineralogy and mineral processing. Beijing, China 1992.
3. Szymańska-Czaja M.: Powierzchnia właściwa materiałów drobnouziarnionych funkcją współczynnika kształtu i wielkości ziarna. *Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej*. Konferencje nr 25, 2000.
4. Szymańska-Czaja M.: Racjonalny wybór sposobu pomiaru powierzchni właściwej materiałów drobnouziarnionych jako podstawy określania współczynnika kształtu ziarn. *Materiały konferencyjne XXVI Krakowska Konferencja Naukowo-Techniczna Przeróbki Kopalni, Ustroń 1994*.
5. Tumidajski T.: Zastosowanie metod statystycznych w analizie procesów przeróbczych. *Wyd. Śląsk, Katowice 1993*.

Recenzent: Dr inż. Lucjusz Anders

## Abstract

The paper consists some of the results obtained in the continuation of the works on the ways of unification of the results of the fine grain materials granular analyses, conducted using various methods (sieve, sedimentation and microscopic). Grain distribution analyses results of the same material, obtained by various methods are different. Taking into account



the differences between these methods it seems to be right to search for unambiguous and justified quantity connections between grain distribution, grain shape and area. For purpose of ordering the rules of counting the results from one method to the other one it was accepted to take the method of classification according to the fact if they were connected linearly or non-linearly [Peszko 2001]. As the methods connected linearly it was considered these, which keep the same type of grain distribution.

For the researches two homogeneous materials were selected, for which determination of grain distribution were done by the methods: sieve, sedimentation and microscopic. The measurement of Wadell shape coefficient and substitute grain diameter  $d_z$ . It was noticed that the dependence between the grain sizes, obtained by the sieve and sedimentation methods is linear. It is proposed to search the dependence between grain sizes by the method of linear regression with taking into account the grain shape coefficient. The microscopic method is connected with others non-linearly and for them the non-linear regression equations were proposed, with taking into account the grain shape coefficient too. The works and calculations are being continued in this direction.

*Pracę opublikowano w ramach pracy własnej AGH nr 10.10.100.726.*